అధ్యాయం - 1
వాస్తవ సంఖ్యలు

వాస్తవ సంఖ్యలు పాఠ్యాంశం నుండి 1 నాలుగు మార్కుల ప్రశ్న, 1 రెండు మార్కుల ప్రశ్న, 1 ఒక మార్కు ప్రశ్న, బిట్స్ 7, మొత్తం $10^1/_2$ మార్కుల ప్రశ్నలు ఇవ్వబడతాయి.

అంకగణిత ప్రాథమిక సిద్ధాంతం : ప్రతి సంయుక్త సంఖ్యను ప్రధానాంకాల లబ్దంగా వ్రాయవచ్చును మరియు ప్రధాన కారణాంకాల క్రమం ఏదైనప్పటికీ ఈ కారణాంకాల లబ్దం ఏకైకము.

అనగా సంయుక్త సంఖ్య x ను $x = p_1, p_2, p_3, ...p_n$ అని రాయవచ్చు. ఇక్కడ $p_1, p_2, p_3, ...p_n$ లు ఆరోహణ క్రమంలో రాయబడిన ప్రధానాంకాలు.

ఉదా : $30 = 2\times3\times5$

$163800 = 2\times2\times2\times3\times3\times5\times5\times7\times13 = 2^3\times3^2\times5^2\times7\times13$

- రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యలు a మరియు b అయితే వాటి గ.సా.కా. (a,b) × క.సా.గు. (a, b) = a x b అవుతుంది.
- అకరణీయ సంఖ్యలు (Q) : p, q లు పూర్ణసంఖ్యలై మరియు $q \neq 0$ అయినపుడు p, q రూపంలో రాయగల సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు.

  ఇక్కడ p, q లు సాపేక్ష ప్రధానాంకాలు.
- అంతమయ్యే దశాంశ భిన్నరూపం : x అనేది ఒక అకరణీయ సంఖ్య మరియు దీని దశాంశ రూపం ఒక అంతమయ్యే దశాంశము అయినపుడు x ను p, q లు పరస్పర ప్రధానాంకాలు అయి వున్న p/q రూపంలో వ్యక్తపరచవచ్చు. మరియు q ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దం 2^n5^m అగును. ఇందులో n, m లు అనేవి ఋణేతర పూర్ణ సంఖ్యలు.
- విపర్యయంగా : n, m లు ఋణేతర పూర్ణసంఖ్యలు మరియు $x = \frac{p}{q}$ 6.2, 12345, $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$, 1.732.........

  q యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దరూపం 2^n5^m కలిగినటువంటి అకరణీయ సంఖ్య అయిన, x దశాంశరూపం ఒక అంతమయ్యే దశాంశం అగును.
- అంతంకాని, ఆవర్తనం చెందే దశాంశ రూపం : n, m లు రుణేతర పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు q ప్రధాన కారణాంకముల లబ్దం 2^n5^m రూపంలో లేకుంటే, అకరణీయ సంఖ్య అయిన x దశాంశ రూపం ఒక అంతం కాని, ఆవర్తనం చెందే దశాంశం అగును.
- కరణీయ సంఖ్యలు (Q) : అంతంకాని మరియు ఆవర్తనం కాని దశాంశ భిన్నాలను "కరణీయ సంఖ్యలు" అంటారు.

  ఉదా :
- p ఒక ప్రధాన సంఖ్య అయిన $\sqrt{p}$ ఒక కరణీయ సంఖ్య. ఉదా :
- ఒక అకరణీయ, కరణీయ సంఖ్యల మొత్తం లేదా భేదం మరొక కరణీయ సంఖ్య అగును.

  ఉదా :
- ఒక శూన్యేతర అకరణీయ, కరణీయ సంఖ్యల లబ్ధం మరియు భాగఫలం కూడా మరొక కరణీయ సంఖ్య.

  ఉదా : $3\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}$
- రెండు కరణీయ సంఖ్యల మొత్తం కరణీయ సంఖ్య కావచ్చును లేదా కాకపోవచ్చును.
- రెండు కరణీయ సంఖ్యల లబ్దం కరణీయ సంఖ్య కావచ్చును లేదా కాకపోవచ్చును.

- వాస్తవ సంఖ్యలు (R) : అకరణీయ, కరణీయ సంఖ్యలు కలిసి ఉన్న సమూహాన్ని వాస్తవ సంఖ్యలు అంటారు.

  వాస్తవ సంఖ్యా సమితి $R = Q \cup Q'$.

- సంవర్గమానాలు : సంవర్గమానాలను అన్నిరకాల గణన ప్రక్రియలలో ముఖ్యంగా ఇంజనీరింగ్, సైన్స్, వ్యాపారం, అర్థశాస్త్రంలలో విరివిగా వినియోగిస్తారు. చక్రవడ్డీని గణించడానికి, ఘాతాలలో ఉండే వృద్ధిరేటును, క్షీణతను తెలుసుకోవడానికి, రసాయన శాస్త్రం pH విలువ కనుగొనడానికి, భూకంపాల తీవ్రత వంటి వాటిని లెక్కించడానికి వాడుతారు.

- సంవర్గమానం నిర్వచనం : a మరియు x లు ధనపూర్ణసంఖ్యలై $a \quad 1$ అయి వుండి $a^n = x$ అయిన $\log_a x = n$ అగును. ఇక్కడ 'a' భూమికి x సంవర్గమానాన్ని 'n' తో సూచిస్తారు.

- $a^n = x$ సంవర్గమాన రూపం $\log_a x = n$

- $\log_a x = n$ ఘాత రూపం $a^n = x$.

  ఉదా : 1) $4^3 = 64$ సంవర్గమాన రూపం $\log_4^{64} = 3$

  2) $\log_4^{64} = 3$ ఘాత రూపం $4^3 = 64$

- ఒకే సంఖ్య సంవర్గమానాలు వేర్వేరు ఆధారాలకు వేరు వేరుగా ఉంటాయి.

  ఉదా : $\log_4^{64} = 3$, $\log_8^{64} = 2$

- $a^0 = 1$ కావున $\log_a^1 = 0$ అంటే ఏ ఆధారానికి అయినా “1” యొక్క సంవర్గమానం విలువ ‘0’.

- $a^1 = a$ కావున $\log_a^a = 1$ అనగా ఒక సంఖ్యా (a) సంవర్గమానం అదే భూమి (a)కు ‘1’ అగును.

- సంవర్గమాన న్యాయాలు :

  1) $\log_a^{xy} = \log_a^x + \log_a^y$

  2) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a^x - \log_a^y$

  3) $\log_a x^m = m \log_a^y$

- ప్రతి సంవర్గమానం నందు రెండు భాగాలు ఉండును. ఒకటి పూర్ణాంక భాగం (లాక్షణికం), రెండవది దశాంశ భాగం (మాంటిస్సా)

  ఉదా : $\log_{10}^{16} = 1.2040$ దీనిలో

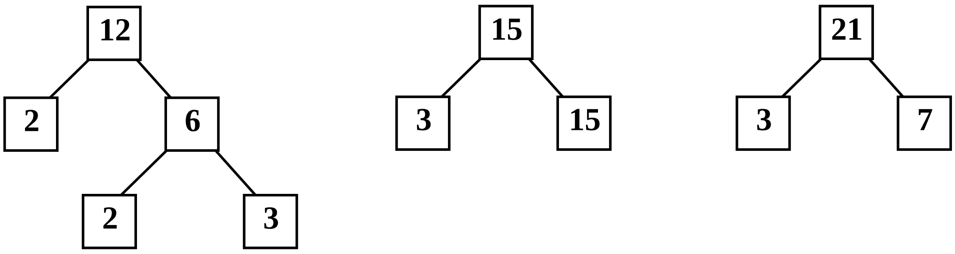
  లాక్షణికం ‘1’, మాంటిస్సా 0.2040

రెండు మార్కుల ప్రశ్నలు

1. క్రింది సంఖ్యల క.సా.గు మరియు గ.సా.భాలను కనుగొనండి. (సమస్యా సాధన)

   1) 12, 15 మరియు 21

A. ఇచ్చిన సంఖ్యలు 12, 15 మరియు 21



$\therefore 12 = 2 \times 2 \times 3$ $\therefore 15 = 3 \times 5$ $\therefore 21 = 3 \times 7$

12, 15, 21 ల గ.సా.భా = సంఖ్యల సామాన్య కారణాంకముల కనిష్ఠ ఘాతాల లబ్ధం

= $3^1 = 3$

12, 15, 21 ల క.సా.గు = సంఖ్యల అన్ని కారణాంకాల గరిష్ఠ ఘాతాల లబ్ధం

= $2^2 \times 3^1 \times 5^1 = 7^1 = 420$

2. భాగహారం చేయకుండానే క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలు అంతమయ్యే దశాంశంలో, అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశంలో తెలుపండి. (వ్యక్తపరచడం)

i) $\frac{13}{3125}$, ii)

A.

ఇక్కడ, $q = 5^5$, అనునది 2^n5^m $(n = 0, m = 5)$ రూపంలో ఉంది. కావున ఇచ్చిన అకరణీయ సంఖ్య అంతమయ్యే దశాంశ భిన్నం.

ఇక్కడ $q = 2^6 \times 5^2$ అనునది $2^n.5^m$ $(n = 6, m = 2)$ రూపంలో కలదు.

[illegible] $= \frac{13\times2^2}{5^2\times2^2} = \frac{13\times4}{10^2} = \frac{52}{10^2} = 0.52$

కావున ఇచ్చిన అకరణీయ సంఖ్య అంతమయ్యే దశాంశం

3. క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలను భాగహారం చేయకుండానే దశాంశ రూపంలో రాయండి.

i) , ii)

A. i)

ii) $\frac{143}{110} = \frac{11\times13}{11\times10} = \frac{13}{10} = 1.3$

4. $7\sqrt{5}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి. (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

A. ఇచ్చిన ప్రవచనంను విరుద్ధత ద్వారా నిరూపిద్దాం. వీలైతే అకరణీయ సంఖ్య అనుకుందాం.

అప్పుడు . అగునట్లు a, b లు పూర్ణసంఖ్యలు b 0 మరియు a, b లు పరస్పర ప్రధానాంకాలు

a, b లు పూర్ణ సంఖ్యలు కావున $\frac{9}{7b}$ పూర్ణసంఖ్య మరియు = కావున పూర్ణ సంఖ్య. కానీ కరణీయ సంఖ్య. ఇది విరుద్ధం.

∴ అకరణీయ సంఖ్య అని తీసుకొనుట విరుద్ధం

∴ కరణీయ సంఖ్య.

5. ఈ క్రింది వాని విలువలను గణించండి (సమస్యా సాధన)

i) , ii) $\log_2 512$.

A. i) అనుకోండి

దీని ఘాత రూపం

[illegible] $2^x = 2^{-4} \Rightarrow x = -4$

ii) $\log_2 512 = x$ అనుకొనుము

దీని ఘాతాంక రూపం

$2^x = 2^9$

$\therefore \log_2 512 = 9$

6. క్రింది వానిని log N రూపంలోనికి సూక్ష్మీకరించి కనుగొనండి. (అనుసంధానం)

i) $2 \log 3 + 3 \log 5 - 5 \log 2$

ii) $\log 10 + 2 \log 3 - \log 2$.

A. i) $2 \log 3 + 3 \log 5 - 5 \log 2$

$= \log 3^2 + \log 5^3 - \log 2^5$ ($m \log x = \log x^m$)

$= \log 9 + \log 125 - \log 32$

$= \log (9 \times 125) - \log 32$ ($\log x + \log y = \log xy$)

$= \log 1125 - \log 32$

$(\because \log x - \log y = \ )$

ii) $\log 10 + 2 \log 3 - \log 2$

$= \log 10 + \log 3^2 - \log 2$

$= \log 10 + \log 9 - \log 2$

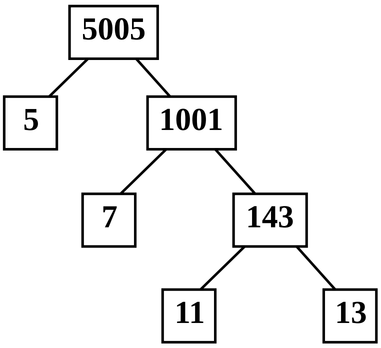
$= \log (10 \times 9) - \log 2$

$$\left(\because \log x - \log y = \log \frac{x}{y} \right)$$

$= \log 45$

ఒక మార్కు ప్రశ్నలు

1. 5005ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాయండి (సమస్యా సాధన)

A. 

$\therefore$ 5005 = 5 x 7 x 11 x 13

2. $3\frac{1}{3}$ మరియు [illegible] మధ్యన గల ఏదేని ఒక అకరణీయ సంఖ్యను కనుగొనండి (అనుసంధానం)

A. a, b ల మధ్య అకరణీయ సంఖ్య = [illegible]

$$= \frac{\frac{10}{3}+\frac{11}{3}}{2} = \frac{\frac{21}{3}}{2}$$

మరియు [illegible] మధ్య అకరణీయ సంఖ్య

$= \frac{7}{2} = 3.5 = 3\frac{1}{2}$

3. గ.సా.భా (306, 657) = 9 అయిన క.సా.గు. (306, 657) ను కనుగొనండి (సమస్యా సాధన)

A. క.సా.గు. (306, 657) = x అనుకొనుము.

క.సా.గు. × గ.సా.భా = రెండు సంఖ్యల లబ్ధం

$x \times 9 = 306 \times 657$

$\therefore$ క.సా.గు. (306, 657) = 22358.

4. i) $\log_4 64 = 3$, ii) $\log_a \sqrt{x} = b$ లను ఘాతరూపంలో రాయండి (వ్యక్తీకరించండి)

A. i) $\log_4 64 = 3$ ఘాతరూపం $4^3 = 64$

ii) ఘాతరూపం

5. log 15 ను విస్తరించండి (వ్యక్తపరచండి)

A. $\log 15 = \log(3 \times 5) = \log 3 + \log 5$

($\log xy = \log x + \log y$)

6. – ను వాస్తవ సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి (దృశ్యకరణ – ప్రాతినిథ్య పరచడం)

A.

7. n యొక్క ఏ విలువకైనా 4^n సంఖ్య '0' అంకెతో అంతం అవుతుందో లేదో సరిచూడండి.

A. n సహజ సంఖ్యగా గల సంఖ్య '4^n' అనేది '0'తో అంటే కావాలంటే అది '5'చే నిశ్శేషంగా భాగించబడాలి. అంటే 4^n సంఖ్య ప్రధాన కఆరణాంకాల లబ్దంలో 5 ఒక ప్రధాన సంఖ్యగా ఉండాలి. కానీ ఇది సాధ్యం కాదు. ఎందువలన అనగా $4^n = (2)^{2n}$, అందుచే 4^n ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంలో '5' లేనందున n ఏ సహజ సంఖ్య విలువకైననూ 4^n అనే సంఖ్య '0'తో అంతం కానేరదు.

$\Rightarrow 2b^2 = a^2$

నాలుగు మార్కుల ప్రశ్నలు

1. ను కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

A. ఇచ్చిన ప్రవచనాన్ని విరుద్ధత (విరోధాభాసం) ద్వారా నిరూపిద్దాం

వీలైతే ను అకరణీయ సంఖ్య అనుకోండి

అపుడు అయ్యేటట్లు a, bలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అగును (అకరణీయ సంఖ్య నిర్వచనంతో)

ఇరువైపులా వర్గం చేయగా

$a^2 = 2b^2$ కావున a^2 ను 2 నిశ్శేషంగా భాగిస్తుంది.

a^2 ను 2 నిశ్శేష్షంగా భాగిస్తే a ను 2 నిశ్శేషంగా భాగిస్తుంది.

(p ప్రధాన సంఖ్య మరియు a ధనపూర్ణ సంఖ్య అయితే a^2 ను p నిశ్శేషంగా భాగిస్తే a ను 2 నిశ్శేషంగా భాగిస్తుంది)

$\therefore a = 2c$ అగునట్లు c అనే పూర్ణ సంఖ్య వ్రాయవచ్చు

($\therefore$ a ను 2 నిశ్శేషంగా భాగిస్తుంది కావున)

a = 2c ను సమ॥ (1)లో వ్రాయగా

$2b^2 = (2c)^2 = 2b^2 = 4c^2 \quad b^2 = 2c^2$

$b^2 = 2c^2$ కావున b^2 ను 2 నిశ్శేషంగా భాగిస్తుంది

$\therefore b^2$ ను 2 నిశ్శేషంగా భాగిస్తే b ను 2 నిశ్శేషంగా భాగిస్తుంది. అంటే a,b లను రెండింటిని 2 నిశ్శేషంగా భాగిస్తుంది. అనగా a,b లకు 2 ఉమ్మడి కారణాంకం అవుతుంది. ఇది a, bలు పరస్పర ప్రధానాంకాలు అను ధర్మంనకు విరుద్ధం.

(లో అకరణీయ సంఖ్యగా తీసుకుంటే a, bలు పరస్పర ప్రధానాంకాలు. a, b లు పరస్పర ప్రధానాంకాలు అయితే a, bలకు 1 తప్ప వేరే ఉమ్మడి కారణాంకాలు ఉండరాదు)

$\therefore$ అకరణీయ సంఖ్య అనుకొనుట విరుద్ధం

$\therefore$ కరణీయ సంఖ్య.

2. అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి. (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

A. ఇచ్చిన ప్రవచనాన్ని విరుద్ధత ద్వారా నిరూపిద్దాం వీలైతే $3+2\sqrt{5}$ ఒక అకరణీయ సంఖ్య అనుకొనుము. a మరియు bలు ప్రధాన సంఖ్యలు అయిన

$$3+2\sqrt{5} = \frac{a}{b}$$

[illegible] $\frac{a-3b}{2b}$

$\Rightarrow \sqrt{5}$ ఒక కరణీయ సంఖ్య

$\therefore \frac{a-3b}{2b}$ ఒక కరణీయ సంఖ్య

$\sqrt{5}$ ఒక అకరణీయ సంఖ్య అను భావనకు ఇది విరుద్ధము. కావున మన ప్రతిపాదన అసత్యము.

ఒక కరణీయ సంఖ్య అగును.

3. $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి. (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

A. $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ అనేది ఒక అకరణీయ సంఖ్య అని ఊహించండి.

$\sqrt{3}+\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ ఇందులో a, b పూర్ణ సంఖ్యలు

మరియు అని తీసుకుందాం.

కావున అగును.

ఇరువైపులా వర్గం చేయగా, $\left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{a}{b} - \sqrt{5}\right)^2$

అగును.

$$\frac{29}{b}\sqrt{5} = \frac{a^2}{b^2} + 5 - 3$$

అనగా

a, b లు పూర్ణ సంఖ్యలు. కావున $\therefore \frac{a^2 - 2b^2}{2ab}$ అనేది ఒక అకరణీయ సంఖ్య అగును.

ఇదే విధంగా $\sqrt{5}$ కూడా ఒక అకరణీయ సంఖ్య అవుత[illegible]కనగా $\frac{a^2 + 2b^2}{2ab}$ అనునది ఒక కరణీయ సంఖ్య ఇది విరుద్ధ భావన. కావున అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అగును.

4. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ అని నిరూపించండి.

(కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

A. $\log_a x = m$ and $\log_a y = n$ అనుకోండి .... (1)

$a^m = x$; $a^n = y$ (సంవర్గమాన రూపం నుండి ఘాతాంకరూపంలో వ్రాయగా)

$x.y = a^m, a^n = a^{m+n}$ (ఘాతాంక న్యాయం)

సంవర్గమాన రూపంలో వ్రాయగా

$\log_a xy = m + n$

$\log_a^{xy} = \log_a^{x} + \log_a^{y}$ (సమీ. (1) నుండి)

5. $\log_a x^m = m.\log_a x$ అని నిరూపించండి (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయగా)

A. $\log_a x = n$ అనుకోండి

అపుడు $a^n = x$ (సంవర్గమాన రూపం నుండి ఘాతాంక రూపంలో వ్రాయగా)

m ఘాతానికి ఇరువైపులా హెచ్చింపగా

$(a^n)^m = x^m$

$a^{mn} = x^m$ (ఘాతాంక న్యాయం)

సంవర్గమాన రూపంలో వ్రాయగా

$\log_a x^m = mn$

$= m.\log_a^x$ (సమ(1) నుండి)

$\log_a x^m = m.\log_a^x$

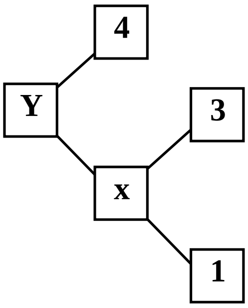
దీనినే సంవర్గమాన "మూడవ న్యాయం" అంటారు.

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. 2×7 11 23+23 సంఖ్యకు ఒక ప్రధాన కారణాంకం.... (D)

A) 7 B) 11 C) 17 D) 23

2. క్రింది పటం నుండి X మరియు Y విలువలు (B)



A) x = 10, y = 14

B) x = 21, y = 84

C) x = 21, y = 25

D) x = 10, y = 40

3. క్రింది వానిలో కరణీయ సంఖ్య కానిది....... (C)

A) B) C) D)

4. కరణీయ సంఖ్య గుణకార విలోమం ఎల్లప్పుడూ............... (B)

A) కరణీయ సంఖ్య B) అకరణీయ సంఖ్య

C) కొన్నిసార్లు కరణీయ సంఖ్య, మరికొన్నిసార్లు అకరణీయ సంఖ్య

D) వాస్తవ సంఖ్య కాదు.

5. దశాంశ రూపం (A)

A) 2.125 B) 2.25 C) 2.375 D) 2.0125

6. ఒక .... (C)

A) పూర్ణ సంఖ్య B) అకరణీయ సంఖ్య C) కరణీయ సంఖ్య D) ప్రధాన సంఖ్య

7. అనునది .... (B)

A) అంతమయ్యే దశాంశం B) అంతం కాని ఆవర్తనం అయ్యే దశాంశం

C) అంతం కాదు, ఆవర్తనం కాదు D) రెండు దశాంశాల తర్వాత అంతమగును.

8. $a = 2^3 \;\; 3, b = 2 \;\; 3 \;\; 5, C = 3^n \;\; 5$ మరియు క.సా.గు $(a, b, c) = 2^3 \;\; 3^2 \;\; 5$. అయిన n = ... (B)

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

9. n ఒక సహజ సంఖ్య అయిన $6^n – 5^n$ అనునది .... అంకెతో అంతమగును (A)

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7

10. $\log_{10} 2 = 0.3010$ అయిన $\log_{10} 8$ = ... (B)

A) 0.3010 B) 0.9030 C) 2.4080 D) None

ఖాళీలను పూరింపుము

1. రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా. '1' అయితే ఆ రెండు సంఖ్యలను .... అంటారు. (పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు)
2. x మరియు y లు ప్రధాన సంఖ్యలు $a = x^5y^2$, $b = x^3y^3$, అయితే గ.సా.భా. (a, b) = ..., క.సా.గు. (a, b) = ... (x^3y^2, x^5y^3)
3. రెండు కరణీయ సంఖ్యల లబ్ధము .... (కరణీయ సంఖ్యల ఏదా అకరణీయ సంఖ్య)
4. $\log a^p.b^q$ = ... (P log a + q log b)
5. x మరియు y లు ప్రధాన సంఖ్యలు అయిన గ.సా.భా. .... (1)
6. 4000 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దంగా వ్రాయగల్గిన రూపములో 2 యొక్క ఘాతం .... (5)
7. $\sqrt[3]{28}$ ను .... కనిష్ఠ సంఖ్యచే గుణిస్తే లబ్దము అకరణీయ సంఖ్య అవుతుంది. (   )
8. $\frac{7}{40}$ దశాంశ రూపం .... దశాంశ స్థానముల తర్వాత అంతమగును. (3)
9. $\log_3 27 = x$ అయిన x విలువ = ... (3)
10. రెండు కరణీయ సంఖ్యల మొత్తం .... (కరణీయ సంఖ్య లేదా అకరణీయ సంఖ్య)

అధ్యాయం - 2

సమితులు

సమితులు పాఠ్యాంశం నుండి 1 నాలుగు మార్కుల ప్రశ్న, 1 రెండు మార్కుల ప్రశ్న, 2 ఒక మార్కు ప్రశ్నలు, 2 బిట్స్, మొత్తం 9 మార్కులు ప్రశ్నలు ఇవ్వబడతాయి.

– గణతశాస్త్రంలో సమితివాదాన్ని "జార్జి కాంటర్" (1845–1918) అభివృద్ధిపరిచారు.

– సమితి : సునిర్వచిత వస్తువుల సముదాయాన్నే "సమితి" అంటాం. "సునిర్వచితం" అనగా సమితిలోని వస్తువులన్నింటికి ఒకే విధమైన సామాన్య పోలిక లేదా ధర్మం కల్గి ఉండాలి.

ఉదా :

సరిసంఖ్యల సమితి, E = {2, 4, 6, 8, ...}

బేసిసంఖ్యల సమితి, O = {1,3,5,7,9,11,13,........}

ప్రధాన సంఖ్యల సమితి, P = {2,3,5,7,11,13,...........}

– సాధారణంగా సమితులను ఆంగ్ల భాషలోని పెద్ద అక్షరాల చేతను (capital letters), ఆసమితిలోని మూలకాలను చిన్న అక్షరాల చేతను (small letters) సూచిస్తారు.

ఉదా : ఆంగ్లభాషలోని అచ్చుల సమితి V = {a, e, i, o, u}

– ఏదైన ఒక మూలకం ఒక సమితికి చెందితే, "చెందినది" (belonging to), అని తెలపటాన్ని ' ' గుర్తును సూచిస్తాం. "చెందలేదు" అని తెలపటాన్ని ' ' (does not belongs to) గుర్తుతో సూచిస్తాం.

ఉదా : సహజ సంఖ్య సమితి 'N' లో '1' ఉంటుంది కావున 1 N అనీ, '0' ఉండదు కావున 0 N అని సూచిస్తాం.

– సమితి రోస్టరు (జాబితా) రూపం : సమితిలో మూలకాలన్నీ వరుసగా ఒక జాబితాగా ఫ్లవర్ బ్రాకెట్లలో మూలకాలన్నింటినికామా (,)లతో వేరుచేసి వ్రాయడాన్ని "రోస్టర్ రూపం" అంటారు.

ఉదా : 13 కంటే తక్కువైన ప్రధాన సంఖ్యల సమితి P = {2,3,5,7,11}

– సమితి నిర్మాణ రూపం : సమితిలోని మూలకాన్ని x గా సూచిస్తాం. x ప్రక్కన ఒక colon (:) లేదా bar (/) ఉంచి ఆ సమితికి చెందిన మూలకాల లక్షణాలు లేదా ధర్మాలను రాస్తాం. మొత్తాన్ని ఫల్వర్ { } బ్రాకెట్లలో ఉంచుతాం. ఈ విధంగా, సమితులను రాయడాన్ని "సమితి నిర్మాణ రూపం" అంటాం.

Ex : P = {2,3,5,7,11} సమితిని సమితి నిర్మాణ రూపంలోe

P = {x : x, అనేది 13 కంటే తక్కువ ప్రధాన సంఖ్య}

(or)

P = {x/x, అనేది 13 కంటే తక్కువైన ప్రధాన సంఖ్య} అని వ్రాస్తాం.

శూన్య సమితి : ఒక సమితిలో ఎలాంటి మూలకాలు లేకుంటే అటువంటి సమితులను "శూన్య సమితులు" అంటాము. శూన్య సమితిని ϕ or { } తో సూచిస్తాం.

ఉదా : A = {x/1 < x < 2, x ఒక సహజ సంఖ్య}

B = {x : $x^2 - 2 = 0$ మరియు x ఒక అకరణీయ సంఖ్య}

- పరిమిత సమితి : సమితిలోని మూలకాలు పరిమితంగా ఉంటే ఆ సమితిని పరిమిత సమితి అంటారు.

  ఉదా : A = {x ; x N మరియు (x – 1) (x – 2) = 0} = {1,2}

  B = {x ; x అనునది వారంలోని రోజులు} = {SUN, MON, TUE, WED, THU, FRI, SAT}

- అపరిమిత సమితి : సమితిలోని మూలకాలు అపరిమితంగా ఉంటే ఆ సమితిని అపరిమిత సమితి అంటారు.

  ఉదా : A = {x : x N మరియు x బేసిసంఖ్య}

  B = {x : x అనునది సరళరేఖపై బిందువు}

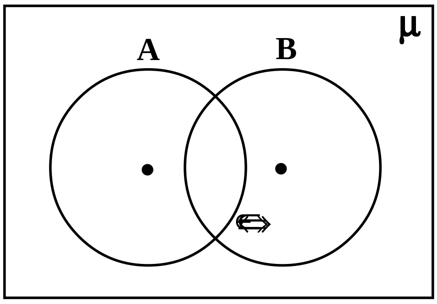
- కార్డినల్ సంఖ్య : ఒక సమితిలోని మూలకాల సంఖ్యను తెలిపే దానిని ఆ సమితికి "కార్డినల్ సంఖ్య" అంటారు. సమితి 'A' కార్డినల్ సంఖ్యను n(A) తో సూచిస్తారు.

  ఉదా : A = {a,e,i,o,u} అయితే n(A) = 5

  B = {x : x అనేది INDIA అనే పదంలోని అక్షరం} అయితే n(B) = 4

  శూన్య సమితి ϕ లో మూలకాలు ఉండవు కావున n(ϕ) = 0.

  విశ్వసమితి : విశ్వసమితిని 'μ' or 'U' తో సూచిస్తాం. విశ్వసమితిని సాధారణంగా దీర్ఘచతురస్రంలో μ చే సూచిస్తాం.



  ఉపసమితి, ఉన్నత సమితి : సమితి A లోని మూలకాలన్నీ, సమితి B లో ఉన్నట్లయితే A సమితిని, B సమితికి ఉపసమితి అంటారు. దీనిని A B చే సూచిస్తారు. అదేవిధంగా 'B' ను A సమితికి ఉన్నత సమితి అంటారు.

  ఉదా : A = {4,8,12} ; B = {2,4,6,8,10,12,14} అయితే సమితి A is a subset of B (i.e., A B)

- ప్రతి సమితి దానికదే ఉపసమితి (A A)
- శూన్యసమితి ప్రతి సమితికి ఉపసమితి (ϕ A)
- A B, B C A C (సంక్రమణ ధర్మం)

  సమసమితులు : రెండు సమితులు A మరియు B లు సమానం కావాలంటే A లోని ప్రతి మూలకం B లో ఉండాలి. అలాగే B లోని ప్రతి మూలకం A లో ఉండాలి. A మరియు B లు సమసమితులైతే A = B.

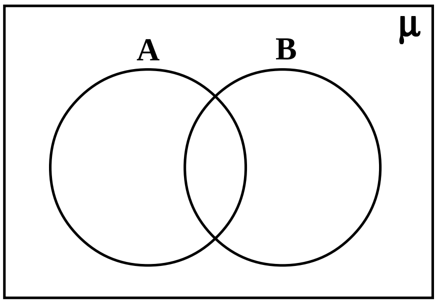
  ఉదా : A = {x : x అనునది 6 కంటే తక్కువైన ప్రధానాంకాల సమితి} = {2,3,5}.

  B = {x : x అనునది 30కు ప్రధాన కారణాంకం} = {2,3,5}

  కావున ఇక్కడ A, B లు సమాన సమితులు.

- A B మరియు B A A = B (ప్రతి సౌష్ఠవ ధర్మం)

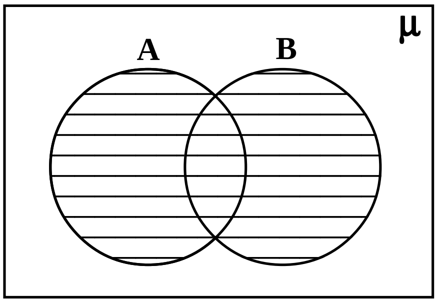
  వెన్ చిత్రాలు : సమితుల మధ్య సంబంధాలను సూచించటానికి ఆయిలర్ లేదా వెన్ చిత్రాలను ఉపయోగిస్తాం. ఈ చిత్రాన్ని దీర్ఘచతురస్రాలు మరియు సంవృత వక్రాలు సాధారణంగా వృత్తాలు ఉంటాయి.



సమితులలో ప్రాధమిక పరిక్రియలు : అంకగణితంలో కూడిక, తీసివేత, గుణకారం మరియు భాగాహారం లాంటి పరిక్రియలు ఎలాగ ఉంటాయో సమితులలో కూడ సమ్మేళనం, ఛేదనం మరియు భేదాల పరిక్రియలు ఉంటాయి.

సమితుల సమ్మేళనము : A మరియు B సమితులలోని మూలకాలన్నింటిని కలిగి ఉన్న సమితిని A , B ల సమ్మేళన సమితి అంటారు. దీనిని A B తో సూచిస్తారు.

A B = {x : x A లేదా x B}



represents A B

ఉదా : A = {1,2,3,4,5}, B = {2,4,6,8,10}

అయిన A B = {1,2,3,4,5,6,8,10}

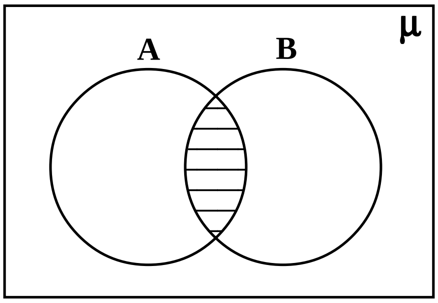
- A A = A
- A ϕ = A = ϕ A (తత్సమ ధర్మం)
- A μ = μ = μ A

= If A B then A B = B

- A B = B A (స్థిత్యంతర ధర్మం)

సమితుల ఛేదనం : సమితి A మరియు సమితి B లలో ఉన్న ఉమ్మడి మూలకాలను A, B సమితుల ఛేదన సమితి అంటారు. సమితుల ఛేదనాన్ని A B అని సూచిస్తాం. (షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతం A B).

A B = {x/x A and x B



represents A B

ఉదా : A = {1,2,3,4,5}, B = {2,4,6,8,10}

అయిన A B = {2,4}

- A A = A
- A $\phi = \phi = \phi$ A
- A μ = A = μ A (తత్సమ ధర్మం)
- If A B అయితే A B = A

$\therefore$ A B = B A (స్థిత్యంతర ధర్మం)

వియుక్త సమితులు : సమితి A మరియు సమితి B లలో ఉమ్మడి మూలకాలు లేకపోతే A, B లను వియుక్త సమితులు అంటారు. అంటే A B = ϕ కావాలి.

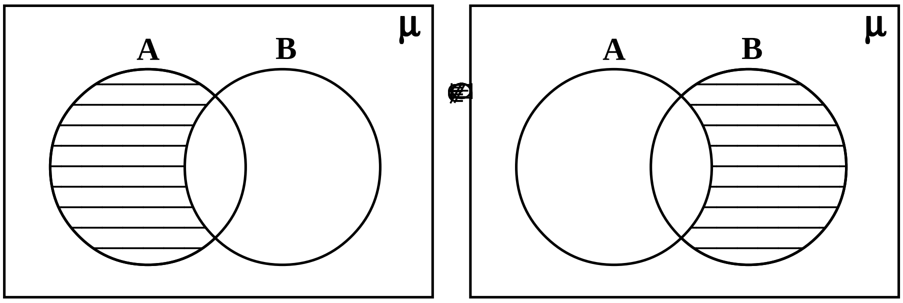
అపుడు n(A B) = 0

ఉదా : A = {1,3,5,7,.....} ; B = }2,4,6,8,......} లు వియుక్త సమితులు.

సమితుల భేదం : మూలకాలు సమితి A కు మాత్రం చెంది, B సమితికి చెందకుండా ఉండే మూలకాలని A, B సమితుల భేదం అని అంటారు.

A – B = {x : x A మరియు x B}

అదేవిధంగా B – A = {x : x B మరియు x A}



represents 'A - B'   represents B - A

ఉదా : A = {1,2,3,4,5}, B = {4,5,6,7} అయిన A – B = {1,2,3}, B – A = {6,7}

- A – B B – A
- A – B, B – A మరియు A B లు పరస్పరం వియుక్త సమితులు.
- n(A B) = n(A) + n(B) – n(A B)
- A, B లు వియుక్త సమితులైతే n(A B) = n(A) + n(B)

2 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. క్రింది వానిలో ఏవి సమితులు? మీ సమాధానాన్ని సహేతుకంగా సమర్థించండి. (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

 i) 'J' అనే అక్షరంతో ప్రారంభమయ్యే ఒక సంవత్సరంలో గల అన్ని నెలల సమూహాలు.

 ii) x ఒక పూర్ణసంఖ్య మరియు $x^2 = 4$.

A. i) 'J' అనే అక్షరంతో ప్రారంభమయ్యే ఒక సంవత్సరంలో గల అన్ని నెలలు జనవరి, జూన్, జులై ఇది సమితి.

∴ నెలల సమితి = {జనవరి, జూన్, జులై}

ii) $x^2 = 4$

+2, –2 లు పూర్ణ సంఖ్యలు. ఇది సమితి.

∴ ఇచ్చిన సమితి = {–2, 2}

2. క్రింది వాక్యాలు సత్యమా? అసత్యమా? తెలపండి. (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

i) 5   {ప్రధాన సంఖ్యలు}

ii)   , Z అనేది పూర్ణసంఖ్యల సమితి.

A. i) 5   {ప్రధాన సంఖ్యలు} – అసత్యము

ఎందుకంటే 5 ప్రధాన సంఖ్య కాని 5 ప్రధాన సంఖ్యల సమితికి చెందదు అని ఇవ్వబడింది.

ii)   , 'Z' అనేది పూర్ణ సంఖ్యల సమితి

అసత్యము, ఎందుకంటే   పూర్ణసంఖ్య కాదు.

3. 6 కంటే తక్కువైన ప్రధానాంకాల సమితిని A అనుకోండి మరియు 30కి ప్రధాన కారణాంకాలు గల సమితిని P అనుకోండి. A మరియు P సమానమా? సరిచూడండి. (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

A. 6 కంటే తక్కువైన, ప్రధానాంకాల సమితి A = {2,3,5} $x = \sqrt{4} = \pm 2$ $\notin Z$ 11

30కి గల ప్రధాన కారణాంకాల సమితి P = {2,3,5}

సమితి A మరియు P లలో ఒకే మూలకాలు ఉన్నాయి. కావున A మరియు P సమానం.

4. A = {1,2,3,4,5}, B = {4,5,6,7} అయిన A – B, B – A లు సమానమా? మీ జవాబును సమర్థించండి. (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

A. A = {1,2,3,4,5}, B = {4,5,6,7}

A – B = {1,2,3,4,5} – {4,5,6,7} = {1,2,3}

B – A = {4,5,6,7} – {1,2,3,4,5} = {6,7}

A – B   B – A.

5. క్రింది సమితులలో ఏవి పరిమిత సమితులో, ఏవి అపరిమిత సమితులో తెలుపండి. (కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణ చేయడం)

i) A = {x : x   N మరియు (x – 1) (x – 2) = 0}

ii) B = {x : x అనేది x-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉండే సరళరేఖ}

A. i) ఇచ్చిన సమితి A = {x : x   N మరియు (x – 1) (x – 2) = 0}

(x – 1) (x – 2) = 0   నుండి   x – 1 = 0   లేదా   x – 2 = 0

x = 1   or   x = 2

$\therefore$ A = {1, 2} ఇది పరిమిత సమితి.

ii) B = {x : x అనేది x-అక్షానికి సమాంతరంగా ఉండే సరళరేఖ}

x - అక్షానికి సమాంతరంగా అనంతమైన సరళరేఖలుంటాయి. కావున B అపరిమిత సమితి.

4 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. క్రింది సమితులను సమితి – నిర్మాణ రూపంలో వ్రాయండి. (అనుసంధానం)

   i) A = {1,2,3,4,5}   ii) B = {5,25,125,625}   iii) C = {1,2,3,6,7,14,21,42}   iv) D = {1,4,9,.....100}

A. ఇచ్చి సమితులకు సమితి – నిర్మాణ రూపములు

   i) A = {x : x ఒక సహజ సంఖ్య x < 6}

   ii) B = {5^x : x   N, x   4}

   iii) C = {x : x ఒక సహజ సంఖ్య మరియు 42 కారణాంకం}

   iv) D = {x^2 : x   N,   }

   లేదా

   = {x^2 : x అనునది సహజ సంఖ్యల వర్గము మరియు   }

2. A = {3,4,5,6,7} మరియు B = {1,6,7,8,9} అయిన i) A   B   ii) A   B   iii) A – B   iv) B – A లను కనుగొనండి. (సమస్యా సాధన)

A. A = {3, 4, 5, 6, 7} ; B = {1,6,7,8,9}

   [illegible] = ϕ { } = ϕ

   i) A   B = {3,4,5,6,7}   {1,6,7,8,9} = {1,3,4,5,6,7,8,9}

   ii) A   B = {3,4,5,6,7}   {1,6,7,8,9} = {6,7}

   iii) A – B = {3,4,5,6,7} – {1,6,7,8,9} = {3,4,5}

   iv) B – A = {1,6,7,8,9} – {3,4,5,6,7} = {1,8,9}

3. A = {2,3,5} అయిన A   ϕ, ϕ   A మరియు A   ϕ, ϕ   A లను కనుగొనండి. (సమస్యాసాధన)

A. A = {2,3,5}

   A   ϕ = {2,3,5}   { } = {2,3,5} = A

   ϕ   A = { }   {2,3,5} = {2,3,5} = A

   $\therefore$ A   ϕ = ϕ   A = A

4. A = {x : x ఒక సహజ సంఖ్య}, B = {x : x ఒక సరి సహజ సంఖ్య}, C = {x : x ఒక బేసి సహజ సంఖ్య},

   D = {x : x ప్రధాన సంఖ్య}

   అయిన A   B, A   C, A   D, B   C, B   D, C   D లను కనుగొనండి. (సమస్యా సాధన)

A. A = {x : x ఒక సహజ సంఖ్య} = {1,2,3,4,5,.......}

   B = {x : x ఒక సరిసంఖ్య} = {2,4,6,8,.....}

C = {x : x ఒక బేసి సంఖ్య} = {1,3,5,7,.....}

D = {x : x ప్రధాన సంఖ్య} = {2,3,5,7,9,........}

A   B = {1,2,3,4,5,....}   {2,4,6,8,........} = {2,4,6,8.......} = B

A   C = {1,2,3,4,5,....}   {1,3,5,7,....} = {1,3,5,7,.....} = C

A   D = {1,2,3,4,5,....}   {2,3,5,7,....} = {2,3,5,7,....} = D

B   C = {2,4,6,8,....}   {1,3,5,7,....} = { } = ϕ.

∴ B, C లు వియుక్త సమితులు

B   D = {2,4,6,8,....}   {2,3,5,7,....} = {2}

C   D = {1,3,5,7,....}   {2,3,5,7,....} = {3,5,7,11,13....}

5. A = {1,2,3,4,5}, B = {4,5,6,7} అయిన A – B, B – A మరియు A   B లు పరస్పరం వియుక్త సమితులు అని చూపండి. (సమస్యా సాధన)

A. A = {1,2,3,4,5}, B = {4,5,6,7}

A – B = {1,2,3,4,5} – {4,5,6,7} = {1,2,3}

B – A = {4,5,6,7} – {1,2,3,4,5} = {6,7}

A   B = {1,2,3,4,5}   {4,5,6,7} = {4,5}

∴ A – B, B – A మరియు A   B లలో ఉమ్మడి మూలకాలు లేవు. కావున A – B, B – A మరియు A   B లు పరస్పరం వియుక్త సమితులు.

1 మార్కు ప్రశ్నలు

1. A = {x అనేది 60ని భాగించగల ఒక ప్రధాన సంఖ్య}. సమితి రోస్టర్ రూపం వ్రాయండి. (అనుసంధానం)

A. సమితి నిర్మాణ రూపం A = {x అనేది 60ని భాగించగల ఒక ప్రధాన సంఖ్య}

రోస్టర్ రూపం A = {2,3,5}

2. A = {x,y,z} ఉపసమితుల జాబితా కనుగొనండి ? (సమస్యా సాధన)

A. A = {x,y,z}

ఉపసమితుల జాబితా

ϕ, {x}, {y}, {z}, {x, y}, {y, z}, {x, z}, {x,y,z}

3. If A = {1,2,3,4,5,6}, B = {2,4,6,8,10} అయిన n(A   B) ని కనుగొనండి. (సమస్యాసాధన)

A. A = {1,2,3,4,5}, B = {2,4,6,8,10}

A   B = {1,2,3,4,5,6,8,10}

n(A   B) = 8

4. A = {5,6,7,8}, B = {7,8,9,10} అయిన A   B కనుగొనండి. (సమస్యా సాధన)

A. A   B = {5,6,7,8}   {7,8,9,10} = {7,8}

5. n(A) = 5, n(B) = 3, n(A   B) = 2 అయిన n(A   B) ను కనుగొనండి. (సమస్యా సాధన)

A. n(A   B) = n(A) + n(B) – n(A   B)

= 5 + 3 – 2

∴ n(A B) = 6

6. A = {0,2,4} అయిన A A మరియు A A కనుగొనండి. (సమస్యా సాధన)

A. A = {0,2,4}

A A = {0,2,4} {0,2,4} = {0,2,4} = A

A A = {0,2,4} {0,2,4} = {0,2,4} = A

7. వియుక్త సమితులకు ఉదాహరణలివ్వండి ? (అనుసంధానం)

A. A = {2,4,6,8,....} ; B = {1,3,5,7,....} సమితులు వియుక్త సమితులు.

8. శూన్య సమితికి ఉదాహరణలివ్వండి ? (అనుసంధానం)

A. A = {x : x అనునది 2 మరియు 3 మధ్యనున్న పూర్ణసంఖ్యల సమితి}

9. A, B లు వియుక్త సమితులైతే A B శూన్య సమితి అవుతుందేమో ఉదాహరణల ద్వారా సరిచూడండి. (అనుసంధానం)

A. A = {1,3,5,6}, B = {2,4,6,8} లు వియుక్త సమితులకు ఉదాహరణ

A B = {1,3,5,7} {2,4,6,8} = { } = ϕ

∴ A, B లు వియుక్త సమితులైతే A B శూన్య సమితి.

10. A, B లు వియుక్త సమితులైతే n(A B) = n(A) + n(B) అవుతుందేమో ఉదాహరణల ద్వారా సరిచూడండి. (అనుసంధానం)

A. A = {1,3,5,7}, B = {2,4,6,8} లు వియుక్త సమితులకు ఉదాహరణలు.

n(A) = 4, n(B) = 4

A B = {1,3,5,7} {2,4,6,8} = {1,2,3,4,5,6,7,8}

n(A B) = 8

A B = ϕ { A, B లు వియుక్త సమితులైతే (A B) = ϕ)

n(A B) = 0

n(A) + n(B) = 4 + 4 = 8 = n(A B)

∴ A, B లు వియుక్త సమితులైతే n(A B) = n(A) + n(B).

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. క్రింది వాటిలో శూన్య సమితి కానిది? (D)

A) {x : 1 < x < 2, x ఒక సహజ సంఖ్య} B) {x : x^2 – 2 = 0 మరియు x Q}

C) {x : x^2 = 4 మరియు x బేసి సంఖ్య} D) {x : x అనునది 2 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడే ప్రధాన సంఖ్య}

2. A = {a,b,c} అయిన A కు గల అన్ని ఉపసమితుల సంఖ్య .... (C)

A) 3 B) 4 C) 8 D) 12

3. ప్రతి సమితి A కు A ϕ = ... (B)

A) A B) ϕ C) m D) A – ϕ

4. A మరియు B సమితులు వియుక్త సమితులు కావడానికి నియమము .... (D)

A) A – B = ϕ B) A B = ϕ C) A B = B A D) A B = ϕ

5. n(A B) = ... (D)

A) n(A) – n(B) B) n(A) + n(B) C) n(A)+n(B)+n(A B) D) n(A) + n(B) – n(A B)

6. A = {1,2,3,4,5} అయితే A కార్డినల్ సంఖ్య .... (B)

A) 2^5 B) 5 C) 4 D) 5^2

7. (A – B) (B – A) = ... (C)

A) A B) B C) ϕ D) μ

8. A B సమితి నిర్మాణ రూపం .... (B)

A) {x : x A మరియు x B} B) {x : x A లేదా x B}

C) {x : x A మరియు x B} D) {x : x A మరియు x B}

9. A B అయిన A B = ... (A)

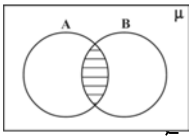
A) A B) B C) ϕ D) A B

10. క్రింది వాటిలో ఏది నిజము? (D)

A) శూన్య సమితి గుర్తు ϕ B) విశ్వసమితి గుర్తు μ C) ఉపసమితి గుర్తు D) పైవన్నీ

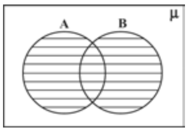
ఖాళీలను పూరింపుము

1. ప్రక్క పటంలో షేడ్ చేయబడిన



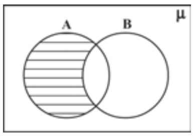
ప్రాంతం .... (A B)

2. ప్రక్క పటంలో షేడ్ చేయబడిన



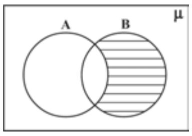
ప్రాంతం .... (A B)

3. ప్రక్క పటంలో షేడ్ చేయబడిన



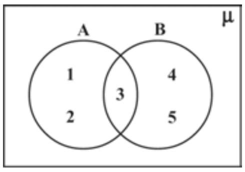
ప్రాంతం .... (A – B)

4. ప్రక్క పటంలో చేయబడిన



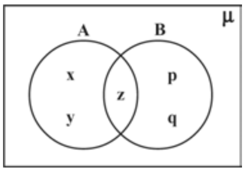
ప్రాంతం .... (B – A)

5. ప్రక్కపటం నుండి



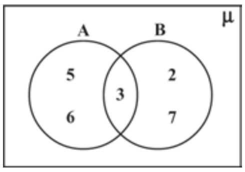
A B = ... ({3})

6. ప్రక్క పటం నుండి



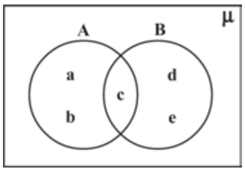
A B = ... ({x,y,z,p,q})

7. ప్రక్క పటం నుండి



(A – B)   (B – A) = ... ({2,5,6,7})

8. ప్రక్క పటం నుండి



(A – B)   (B – A) = ... (ϕ)

9. A   B సమితి నిర్మాణ రూపం ....

({x : x   A మరియు x   B})

10. A – B సమితి నిర్మాణ

రూపం .... ({x : x   A మరియు x   B})

అధ్యాయం - 3
బహుపదులు

- ఈ అధ్యాయం సెక్షన్ – I మరియు III లలో గ్రూపు–ఎ నుండి ప్రశ్నలు ఇవ్వబడతాయి.
- 5 మార్కుల ప్రశ్న సెక్షన్ - IV లో ఇవ్వబడును.
- మార్కుల భారత్వం (గరిష్ఠంగా 15 మార్కులు) ఇవ్వబడినది.

ప్రశ్నల సంఖ్య	×	మార్కులు	=	మొత్తం
1	x	2	=	2
1	x	1	=	1
1	x	4	=	4
1	x	5	=	5
6	x	$^1/_2$	=	3

- **నిర్వచనము :** చర, స్థిరరాశులతో నిర్మితమైన బీజీయ సమాసాలే బహుపదులు.

ఉదా : $2x + 5$; $3x^2 – 7x + 8$; $–9y + 8$; x^4 మొ॥వి బహుపదులు.

మొ॥వి బహుపదులు కావు.

- **బహుపది పరిమాణము :** x చరరాశిలోగల బహుపది P(x) లో x యొక్క గరిష్ఠ ఘాతాంకము, P(x) బహుపదికి పరిమాణం అగును.

$\frac{3}{x^2}, \frac{1}{\sqrt{7x}}, \frac{7}{y+9}, \sqrt{5x^3}$

ఉదా : 1) $7x – 8$ యొక్క పరిమాణము 1. కావున ఇది రేఖీయ బహుపది.

2) రెండవ పరిమాణము గల బహుపదిని వర్గ బహుపది అంటారు.

ఉదా : $P(x) = x^2 + 5x + 4$; $–2x^2 – 3x + 2$

3) మూడవ పరిమాణము గల బహుపదిని త్రి పరిమాణ (ఘన) బహుపది అంటారు.

ఉదా : $3x^3 – 4x^2 + 5x + 7$; $2 – x^3$, $y^3 – 3y + \sqrt{7}$

బహుపది యొక్క విలువ : P(x) అనే బహుపదిలో చరరాశి x కు బదులు వాస్తవ సంఖ్య అయిన K ను ప్రతిక్షేపిస్తే వచ్చే విలువ p(k) అగును. ఇదియే P(x) అనే బహుపదికి k వద్ద వచ్చు విలువ అంటాము.

ఉదా :

1. $P(x) = 3x^2 – 2x + 5$ అయిన P(1), P(2), P(0), P(–1), P(–2) విలువలు కనుగొనండి.

Sol. $P(x) = 3x^2 – 2x + 5$

$P(1) = 3(1)^2 – 2(1) + 5 = 3 – 2 + 5 = 6$

$P(2) = 3(2)^2 – 2(2) + 5 = 3(4) – 4 + 5 = 13$

$P(0) = 3(0)^2 – 2(0) + 5 = 0 – 0 + 5 = 5$

$P(–1) = 3(–1)^2 – 2(–1) + 5 = 3 + 2 + 5 = 10$

$P(–2) = 3(–2)^2 – 2(–2) + 5 = 12 + 4 + 5 = 21$

2. $P(x) = x^2 - 4x + 3$ అనే బహుపదికి P(0), P(1), P(2), P(3) విలువలు కనుగొనండి మరియు వీటిలో ఏవి P(x) కు శూన్యాలు అగునో తెల్పండి.

సాధన. $P(x) = x^2 - 4x + 3$ అ.కొ.

$P(0) = (0)^2 - 4(0) + 3 = 3$

$P(1) = (1)^2 - 4(1) + 3 = 4 - 4 = 0$

$P(2) = (2)^2 - 4(2) + 3 = 4 - 8 + 3 = 7 - 8 = -1$

$P(3) = (3)^2 - 4(3) + 3 = 9 - 12 + 3 = 12 - 12 = 0$

P(1) = 0 మరియు P(3) = 0 అయినందున 1, 3 లను ఇచ్చిన బహుపదికి శూన్యాలు అగును.

ఒక బహుపది గుణకాలకు, శూన్యాలకు మధ్య సంబంధము :

i) వర్గ బహుపది : వర్గబహుపది సాధారణ రూపం (x లో)

$P(x) = ax^2 + bx + c$ (a   0)

α, β లను ఈ వర్గబహుపది శూన్యాలు అ.కొ.

బహుపది శూన్యాల మొత్తం : $(\alpha + \beta)$ = –(x యొక్క గుణకము) / x^2 యొక్క గుణకము)

బహుపది శూన్యాల లబ్ధము : $(\alpha\beta)$ = స్థిరపదము / x^2 యొక్క గుణకము

ii) ఘన బహుపదులు : చరరాశి x లో ఘన బహుపది సాధారణ రూపము : $= \left(\frac{-b}{a}\right)$ $= \left(\frac{c}{a}\right)$

$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a   0)

α, β, γ లను ఘన బహుపది P(x) కు మూడు శూన్యాల అ.కొ.

శూన్యాలకు, గుణకాలకు మధ్య సంబంధము :

శూన్యాల మొత్తం : $(\alpha + \beta + \gamma)$ = – (x^2 యొక్క గుణకము) / x^3 యొక్క గుణకము)

రెండు శూన్యాల లబ్ధాల మొత్తము : $(\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma)$ = x యొక్క గుణకము / x^3 యొక్క గుణకము

శూన్యాల లబ్ధాలు : $(\alpha\beta\gamma)$ = –(స్థిరపదము) / x^3 యొక్క గుణకము)

iii) **వర్గబహుపదిని కనుగొనుట (దాని శూన్యాలు తెలిపినపుడు) :** $K[x^2 - x(\alpha + \beta) + \alpha\beta]$ K ఏదేని స్థిరరాశి.

2 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. $P(x) = 5x^7 + 6x^5 + 7x - 6$ అనేది బహుపది అయితే (i) x^5 యొక్క గుణకము, (ii) P(x) యొక్క పరిమాణము (iii) స్థిరరాశి (iv) x^7 యొక్క గుణకములను కనుగొనుము. (P.S.)

2. $P(t) = t^3 - 1$ అనేది బహుపది అయితే P(1), P(–1), P(0), P(2), P(–) విలువలు కనుగొనండి. (P.S.)

3. $P(x) = x^2 - x - 6$ అనే బహుపదికి 3 మరియు –2 అనేవి శూన్యాలు అగునో, కాదో సరిచూడండి. (R.P.)

4. $P(x) = x^2 + 5x + 6$ బహుపది యొక్క శూన్యాలను కనుగొనండి. (P.S.)

5. $P(x) = 4x^2 + 3x - 1$ అనే బహుపదికి 1/4 మరియు –1లు శూన్యాలు ఎందుకు అగును? (Comm.)

6. $x^2 - 3$ అనే బహుపది యొక్క శూన్యాలను కనుగొని : గుణకాలకు, శూన్యాలకు మధ్య సంబంధమును సరిచూడండి. (P.S. & R.P.)

7. వర్గ బహుపది యొక్క శూన్యాలు 2 మరియు –1/3 లు అయితే వర్గ బహుపదిని కనుగొనండి. (P.S.)

8. వర్గ బహుపది శూన్యాల మొత్తము 1/4, శూన్యాల లబ్ధము –1 అయితే ఆ వర్గ బహుపదిని కనుగొనండి. (P.S.)

9. $x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ అనే బహుపదిని $x^2 - 2$ చే భాగించి, భాగఫలమును, శేషములను కనుగొనండి. (P.S.)

1 మార్కు ప్రశ్నలు

10. (i) $P(y) = y^2 - 1$, (ii) $q(z) = z^3$ అనే బహుపదులకు గల శూన్యాలు ఎన్ని? వాటిని కనుగొనండి. (P.S.)

11. $P(x) = (x + 2)(x + 3)$ బహుపది శూన్యాలు కనుగొనండి. (P.S.)

12. (i) $x^2 - x^3$, (ii) $x^3 - 4x$ అనే ఘన బహుపదుల శూన్యాలను కనుగొనండి. (P.S.)

13. యూక్లిడ్స్ భాగాహార నియమమును వ్రాయుము. (Comm.)

14. భాగాహార నియమము మరియు దిగువ ఇవ్వబడిన నియమాలను తృప్తిపరిచే విధంగా P(x), g(x), q(x) మరియు r(x) బహుపదులకు తగిన ఉదాహరణలను ఇవ్వండి. (Comm.)

    (i) p(x) పరిమాణము = q(x) పరిమాణము

    (ii) q(x) పరిమాణము = r(x) పరిమాణము $\sqrt{2}$

    (iii) r(x) పరిమాణము = 0.

15. P(x) కి ఒకే ఒక శూన్యము కల్గివుండే వర్గ బహుపదిని కనుగొనండి / తెలుపండి. (Comm)

4 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ అనే బహుపదికి మరియు రెండు శూన్యాలయితే మిగిలిన అన్ని శూన్యాలను కనుగొనండి. (P.S.)

2. $x^3 - 3x^2 + x + 2$ అనే బహుపదిని g(x) అనే బహుపదిచే భాగిస్తే, భాగఫలము $x - 2$ మరియు శేషము $-2x + 4$ లు అయిన g(x) ను కనుగొనండి. (P.S. & R.P.) ?

3. ఘన బహుపది $P(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ యొక్క శూన్యాలు 3, –1, –1 అగునని చూపండి. బహుపది గుణకాలకు, శూన్యాలకు మధ్యగల సంబంధాన్ని సరిచూడండి. (R.P.)

4. α, β, γ అనేవి ఒక ఘన బహుపది యొక్క శూన్యాలైతే, తగిన విలువలు కనుగొని క్రింది పట్టికలో పూరించండి. (R.P. & V.Rep)

వ.సంఖ్య	ఘన బహుపది	$\alpha+\beta+\gamma$	$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$	$\alpha\beta\gamma$
1.	$x^3 + 3x^2 - x - 2$			
2.	$4x^3 + 8x^2 - 6x - 2$			
3.	$x^3 + 4x^2 - 5x - 2$			
4.	$x^3 + 5x^2 + 4$			

5 మార్కుల ప్రశ్నలు (రేఖాచిత్రాలు) (Rep)

1. ఈక్రింది వర్గ బహుపదులకు రేఖా చిత్రాలను గీచి, శూన్యాలు కనుగొనండి. ఫలితాలను సమర్థించండి.

   (i) $y = x^2 - 3x - 4$, (ii) $y = x^2 - 6x + 9$, (iii) $P(x) = x^2 - 4x + 5$, (iv) $P(x) = x^2 + 3x - 4$, (iv) $P(x) = x^2 - x - 12$.

బిట్స్ (పార్ట్-బి)

ఖాళీలను పూరింపుము :

1. $x^4 - 7x^2 + 9$ బహుపదిలోని x యొక్క గుణకము ....
2. $P(y) = y^2 - 9$ కి గల శూన్యాల సంఖ్య .... అవి .... అగును.
3. ఒక వర్గబహుపది యొక్క ఒక శూన్యము 2 మరియు శూన్యాల మొత్తము ‘0’ అయిన ఆ బహుపది …………
4. $x^2 + 7x + 10$ అనేబహుపదికి $\alpha\beta$ లు శూన్యాలు అయితే $\alpha\beta$ = ...
5. ఒక బహుపదిలోగల స్థిరరాశి యొక్క పరిమాణము …………
6. px + q అనే రేఖీయ బహుపది శూన్యము …………..
7. $x^2 - kx - 4$ అనే బహుపది ఒక శూన్యము –1 అయిన K విలువ …………
8. వర్గబహుపది కల్గివుండే గరిష్ఠ శూన్యాలు ....
9. K ఏదేని వాస్తవ సంఖ్య మరియు f(k) = 0 అయితే k ను f(x) బహుపదికి ………… అగును.
10. $y = ax^2 + bx + c$ యొక్క రేఖాచిత్రము పైవైపు తెరవబడిన పరావలయము అయితే 'a' .... సంఖ్య అగును.
11. బహుపది యొక్క రేఖాచిత్రము x- అక్షమును ఖండించనట్లయితే, ఆ బహుపదికిగల శూన్యాల సంఖ్య ……………
12. $ax^3 + bx^2 + cx + d$ బహుపది యొక్క రెండు శూన్యాలు సున్న అయితే మూడవ శూన్యము …………

జతపరచుము :

I.

గ్రూపు - **A**		గ్రూపు - **B**
1. స్థిర బహుపది	[ ]	A) $p(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$
2. రేఖీయ బహుపది	[ ]	B) $p(y) = ay^4 + by^3 + cy^2 + dy + e$ (a 0)
3. వర్గ బహుపది	[ ]	C) $q(x) = ax + b$, (a 0)
4. ఘన బహుపది	[ ]	D) $p(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ (a 0)
5. ద్వివర్గ బహుపది	[ ]	E) p(z) = a, ('a' is a constant)
		F) $p(x) = x^5$

II. ఇవ్వబడిన బహుపది $\mathbf{p(x) = x^4 - x^3 - 5x^2 - 2x + 12}$.

గ్రూపు - **A**		గ్రూపు - **B**
1. దాని గుణకాల మొత్తం	[ ]	A) 4
2. x^0 యొక్క గుణకము	[ ]	B) –6

3.	దాని తరగతి	[ ]	C) 5
4.	దానిలోగల x^3, x^2 ల గుణకాల మొత్తం	[ ]	D) 3
5.	గరిష్ఠ శూన్యాలు	[ ]	E) 6
			F) 12

III. వక్ర రూప రేఖాచిత్రము — రేఖాచిత్రము **x-** అక్షమును ఖండించే బిందువులు

గ్రూపు - **A**		గ్రూపు - **B**
1. $y = x^3$	[ ]	A) (2, 0)
2. $y = x^3 - 4x$	[ ]	B) (4, 0) (–4, 0)
3. $y = x^2 - 4x + 4$	[ ]	C) (3, 0) (–2, 0)
4. $y = x^2 - 16$	[ ]	D) (0, 0) (1, 0)
5. $y = x^2 - x - 6$	[ ]	E) (0, 0)
		F) (0, 0), (2, 0), (–2, 0)

జవాబులు (2 మార్కులు)

1. $p(x) = 5x^7 - 6x^5 + 7x - 6$

   i) x^5 యొక్క గుణకము = –6

   ii) p(x) యొక్క తరగతి = 7

   iii) స్థిరరాశి = –6

   iv) x^7 యొక్క గుణకము = 5

2. ఇచ్చిన బహుపది $p(t) = t^3 - 1$

   $p(1) = (1)^3 - 1 = 1 - 1 = 0$

   $p(-1) = (-1)^3 - 1 = -1 - 1 = -2$

   $p(0) = (0)^3 - 1 = 0 - 1 = -1$

   $p(2) = (2)^3 - 1 = 8 - 1 = 7$

   $p(-2) = (-2)^3 - 1 = -8 - 1 = -9$

3. 'k' అనే ఏదేని వాస్తవ సంఖ్యకు ఒక బహుపది p(x) కు p(k) = 0 అయితే p(x) కు k శూన్యం అగును.

   $p(x) = x^2 - x - 6$ అ.కొ.

   $p(3) = (3)^2 - 3 - 6 = 9 - 3 - 6 = 9 - 9 = 0$

   $p(-2) = (-2)^2 - 2 - 6 = 4 + 2 - 6 = 6 - 6 = 0$

   $\therefore$ 3, –2 లు $p(x) = x^2 - x - 6$ కు శూన్యాలు అగును.

4. $p(x) = 1x^2 + 5x + 6$ అ.కొ.

   $= 1x^2 + 3x + 2x + 6$

   $= x(x+3) + 2(x+3)$

   $= (x+3)(x+2)$

   p(x) కు శూన్యాలు కనుగొనుటకు p(x) = 0 తీసుకోవాలి

$(x+3)\ (x+2) = 0$

$x+3 = 0$ లేదా $x+2 = 0$

$x = -3 \qquad x = -2$

5. $p(x) = 4x^2 + 3x - 1$ అ.కొ.

$$= 4\left(\frac{1}{16}\right) + \frac{3}{4} - 1$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1$$

$$= \frac{0}{4} = 0$$

$P(-1) = 4(-1)^2 + 3(-1)$

$= 4 - 3 - 1$

$= 4 - 4$

$= 0$

$$4\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{4}\right) - 1$$

మరియు $P(-1)$ లు విలువలు సున్నాకు సమానము అయినందున, మరియు -1 లు ఇచ్చిన బహుపదికి శూన్యాలగును.

6. ఇచ్చిన బహుపదికి శూన్యాలు కనుగొనుటకు $P(x) = x^2 - 3 = 0$ తీసుకోవాలి.

$\therefore x^2 - 3 = 0$

$x^2 = 3$

$\therefore 1x^2 - 3$ యొక్క శూన్యాలు మరియు – .

సరిచూచుట : శూన్యాల మొత్తము = – = 0 = 0/1 = x యొక్క గుణిజము / x^2 యొక్క గుణిజము)

($1x^2 - 0.x - 3 = P(x)$)

శూన్యాల లబ్ధము = ( ) (–) = –($)^2$ = –3/1 = స్థిరరాశి / x^2 యొక్క గుణిజము.

7. α, β లు వర్గ బహుపది శూన్యాలు అనుకుంటే,

వర్గ బహుపది $P(x) = ax^2 + bx + c$ అ.కొ. (a 0)

$\alpha = 2,$

శూన్యాల మొత్తం :

శూన్యాల లబ్ధము :

కావలసిన వర్గ బహుపది K $[x^2 - x(\alpha + \beta) + \alpha\beta]$ (K స్థిరరాశి)

$$= K\left[x^2 - x\left(\frac{5}{3}\right) - \frac{2}{3}\right]$$

K = 3 అయినపుడు, వర్గ బహుపది

అగును.

8. α, β లు వర్గ బహుపది శూన్యాలు అనుకుందాం.

శూన్యాల మొత్తం $= (\alpha + \beta) = \frac{1}{4}$

శూన్యాల లబ్ధము

కావలసిన వర్గ బహుపది = [illegible]

K = 4 అయినపుడు వర్గ బహుపది అగును.

9. భాజ్యము : బహుపది $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$

భాజకము : బహుపది $g(x) = x^2 - 2$ అ.కొ.

ఇచ్చిన బహుపదుల ప్రామాణిక రూపంలో గలవు.

$x^2 - 2)\ x^3 - 3x^2 + 5x - 3\ (x - 3$

$x^3 + 0x^2 - 2x$

....

$-3x^2 + 7x - 3$

$-3x^2 + 0x + 6$

....

$7x - 9$

శేషం యొక్క తరగతి, భాజకం యొక్క తరగతికన్నా తక్కువగా వున్నది కావున నిలుపుతాం.

భాగఫలము = (x – 3), శేషము = 7x – 9.

1 మార్కు జవాబులు

10.i) $p(y) = y^2 - 1$ ఒక వర్గ బహుపది

ఇది గరిష్ఠంగా రెండు శూన్యాలు కల్గి వుండును.

శూన్యాలు కనుగొనుటకు, p(y) = 0 గా తీసుకుందాం.

$\Rightarrow y^2 - 1 = 0$

$y^2 = 1$

$y=$

$y = 1$ (or) -1

$\therefore$ ఇచ్చిన బహుపది యొక్క శూన్యాలు 1 లేదా –1 అగును.

ii) Let $q(z) = z^3$ మరియు ఇది ఘన (త్రిపరిమాణ) బహుపది.

ఇది గరిష్ఠంగా మూడు శూన్యాలను కల్గి వుండును.

శూన్యాల కొరకు p(z) = 0

$z^3 = 0$

$z = 0$

$\therefore$ ఇచ్చిన బహుపది శూన్యాలు '0' అగును. $\sqrt{1}$

11. p(x) = 0 అ.కొ. (శూన్యాలు కనుగొనుట)

$(x + 2)(x + 3) = 0$

$x + 2 = 0$ లేదా $x + 3 = 0$

$x = -2 \quad x = -3$

బహుపది యొక్క శూన్యాలు –2 మరియు –3.

12.i) బహుపది శూన్యాలు కనుగొనుటకు : $x^2 - x^3 = 0$

$x^2(1-x) = 0$

$x^2 = 0$ లేదా $1 - x = 0$

$x = 0 \quad = +1$

ఇచ్చిన బహుపది యొక్క శూన్యాలు 0, 1 అగును.

ii) బహుపది శూన్యాలు కనుగొనుటకు : $x^3 - 4x = 0$ గా తీసుకోవాలి.

$x(x^2 - 4) = 0$

$x = 0$ లేదా $x^2 - 4 = 0$

$x^2 - 2^2 = 0$

$(x + 2)(x - 2) = 0$

$x + 2 = 0$ లేదా $x - 2 = 0$

$x = -2$ లేదా $x = 2$

$\therefore$ ఇచ్చిన ఘన బహుపది శూన్యాలు : 0, 2, −2.

13. p(x) మరియు g(x) అనేవి రెండు బహుపదులు, g(x)   0 అయినపుడు మనం మరి రెండు బహుపదులు q(x) మరియు r(x) లను పొందాలంటే p(x) = g(x) x q(x) + r(x) వ్రాయవలెను.

ఇందులో r(x) = 0 లేదా r(x) పరిమాణం < g(x) పరిమాణం. ఈ ఫలితాన్ని బహుపదుల (యూక్లిడ్స్) భాగాహార నియమంగా పేర్కొంటాం.

14. భాగాహార నియమము మరియు ఇవ్వబడిన నియమాలను తృప్తిపరిచే లాగా తగిన ఉదాహరణలు :

i) $p(x) = 4x^2 - 6x + 4$

$g(x) = 2, \quad q(x) = 2x^2 - 3x + 2, \quad r(x) = 0$

(p(x) పరిమాణం = q(x) పరిమాణం)

ii) $p(x) = x^3 + 2x^2 + x - 6$

$g(x) = x^2 + 2, \quad q(x) = x + 2, \quad r(x) = -x - 10$

(q(x) పరిమాణం = r(x) పరిమాణం)

iii) $p(x) = x^3 + 5x^2 - 3x - 10$

$g(x) = x^2 - 3, \quad q(x) = x + 5, \quad r(x) = 5.$

(r(x) పరిమాణం = 0)

$\sqrt[4]{2}$

4 మార్కుల ప్రశ్నల జవాబులు

1. , – అనేవి ఇచ్చిన బహుపదికి రెండు శూన్యాలు అయినందున, ఇచ్చిన బహుపదికి

(x–   ) (x+   ) = $(x^2 - 2)$ ఒక కారణాంకము అగును.

కావున భాగాహార నియమము ప్రకారం :

$x^2 - 2)\ 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2(2x^2 - 3x + 1$

$2x^4 + 0 - 4x^2$

....

$-3x^3 + x^2 + 6x$

$-3x^3 + 0 + 6x$

....

$x^2 - 2$

$x^2 - 2$

....

0

కావున $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = (x^2 - 2)(2x^2 - 3x + 1)$

ఇప్పుడు $2x^2 - 3x + 1$ ను కారణాంక విభజన చేయగా

$= 2x^2 - 2x - 1x + 1$

$= 2x(x - 1) - 1(x - 1)$

$= (x - 1)(2x - 1)$

దాని శూన్యాలు $x - 1 = 0$ లేదా $2x - 1 = 0$

$x = 1 \quad 2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$.

$\therefore$ బహుపది యొక్క శూన్యాలు : , 1 మరియు 1/2 అగును.

2. $p(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$ ను భాజ్యముగా

$g(x)$ ను భాజకముగా,

$q(x) = x - 2$ ను భాగఫలంగా,

$r(x) = -2x + 4$ ను శేషంగా అనుకుంటే,

భాగాహార నియమము ప్రకారం :

$p(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$

$g(x) \quad q(x) = p(x) - r(x)$

$g(x) \quad (x - 2) = x^3 - 3x^2 + x - 2 - (-2x + 4)$

$= x^3 - 3x^2 + x + 2 + 2x - 4$

$= x^3 - 3x^2 + 3x - 2$

$\therefore g(x) = (x^3 - 3x^2 + 3x - 2) \quad (x - 2)$

$x - 2)\ 1x^3 - 3x^2 + 3x - 2(x^2 - x + 1$

$1x^3 - 2x^2$

....

$-x^2 + 3x$

$-x^2 + 2x$

....

$x - 2$

$x - 2$

....

0

$\therefore g(x) = x^2 - x + 1$

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = 3\left(\frac{-1}{27}\right) - 5\left(\frac{1}{9}\right) + \frac{11}{3} - 3 \qquad 3\left(\frac{-1}{3}\right)^3 - 5\left(\frac{-1}{3}\right)^2 - 11\left(\frac{-1}{3}\right) - 3$

3. సరిచూచుట :

$p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ అ.కొ.

$p(3) = 3(3)^3 - 5(3)^2 - 11(3) - 3 = 81 - 45 - 33 - 3 = 81 - 81 = 0$

$p(-1) = 3(-1)^3 - 5(-1)^2 - 11(-1) - 3 = -3 - 5 + 11 - 3 = -11 + 11 = 0$

$$= \frac{-1-5+33-27}{9} = \frac{-33+33}{9} = \frac{0}{9} = 0$$

$\therefore$ 3, –1 మరియు లు $3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ కి శూన్యాలు అగును.

ii) శూన్యాలకు మరియు గుణిజాల మధ్యగల సంబంధమును సరిచూచుట :

ఇచ్చిన బహుపదిని $ax^3 + bx^2 + cx + d$ తో సజాతి పదాలను పోల్చగా

$a = 3, b = -5, c = -11, d = -3$

మరియు $\alpha = 3, \beta = -1,$ గా అనుకుంటే,

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3(-1) + (-1)\left(\frac{-1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)3 = \frac{-9+1-3}{3} = \frac{-11}{3} = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = 3(-1)\left(-\frac{1}{3}\right) = 1 = \frac{-(-3)}{3} = -\frac{d}{a}$$

4.i) ఇచ్చిన బహుపది : $1x^3 + 3x^2 - 1x - 2$

దీనిని $ax^3 + bx^2 + cx + d$ తో పోల్చగా

$a = 1, b = 3, c = -1, d = -2$

[illegible] $= \frac{9-3-1}{3} = \frac{5}{3} = \frac{-(-5)}{3} = -\frac{b}{a}$

$$\therefore\ \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

ii. ఇచ్చిన బహుపది : $4x^3 + 8x^2 - 6x - 2$

దీనిని $ax^3 + bx^2 + cx + d$ తో పోల్చగా,

$a = 4, b = 8, c = -6, d = -2$

$$\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a} = \frac{-(-2)}{4} = \frac{1}{2}$$

iii. పై లాగే సాధిస్తే $\alpha + \beta + \gamma = -4, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -5, \alpha\beta\gamma = 2$.

iv. పైలాగే సాధిస్తే $\alpha + \beta + g = -5, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0, \alpha\beta\gamma = -4$

ANSWERS FOR 5 MARKS QUESTIONS (GRAPHICAL REPRESENTATION)

Draw the graphs of the quadratic polynomial and find the zeroes. Justify the answers.

i. $p(x) = x^2 - 3x - 4$

x	–2	–1	0	1	2	3	4	5
x^2	4	1	0	1	4	9	16	25
–3x	6	3	0	–3	–6	–9	–12	–15
–4	–4	–4	–4	–4	–4	–4	–4	–4
$y = x^2 – 3x – 4$	6	0	–4	–6	–6	–4	0	6
(x,y)	(–2,6)	(–1,0)	(0,–4)	(1,–6)	(2,–6)	(3,–4)	(4,0)	(5,6)

The graph of p(x) (parabola) intersects the x-axis at (4,0) and (–1,0).

$\therefore$ The zeroes of $x^2 - 3x - 4$ are 4 and –1.

Factorization :

Let $1x^2 - 3x - 4 = 0$ (p(x) = 0)

$1x^2 - 4x + 1x - 4 = 0$

$x(x - 4) + 1(x - 4) = 0$

$(x - 4)(x + 1) = 0$

$x - 4 = 0$ (or) $x + 1 = 0$ $\because$

$x = 4$ (or) $x = -1$

The zeroes of given quadratic polynomial are same by graphical representation as well as algebraic (factorization) solved method.

$\therefore$ Zeroes of P(x) are True.

ii) $p(x) = y = x^2 - 6x + 9$

x	0	1	2	3	4	–1	–2	5
x^2	0	1	4	9	16	1	4	25
–6x	0	–6	–12	–18	–24	+6	+12	–30
+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9
$y=x^2–6x+9$	9	4	1	0	1	16	25	4
(x,y)	(0,9)	(1,4)	(2,1)	(3,0)	(4,1)	(–1,16)	(–2,25)	(5,4)

Scale : on x-axis 1cm = 1 unit

on y-axis 1cm = 2 units

The graph of $y = x^2 - 6x + 9$ (parabola) intersects the x-axis at only one point (3,0)

$\therefore$ x - co-ordinate of the intersecting point is the zero of the given polynomial. i.e., 3 is only one zero of the p(x).

Justification :

Let $x^2 - 6x + 9 = 0$

$x^2 - 2.3.x + 3^2 = 0$

$(x-3)^2 = 0$

$x - 3 =$ ($a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$)

$x - 3 =$

$x = 3$

The zero of the given quadratic polynomial through the graph as well as algebraic method is same.

∴ Zero of the p(x) is true / correct.

iii. Given quadratic polynomial $p(x) = y = x^2 - x - 12$

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
–x	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5
–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12
$y=x^2-x-12$	8	0	–6	–10	–12	–12	–10	–6	0	8
(x,y)	(–4,8)	(–3,0)	(–2,–6)	(–1,–10)	(0,–12)	(1,–12)	(2,–10)	(3,–6)	(4,0)	(5,8)

Scale : on x-axis 1cm = 1 unit

on y-axis 1cm = 2 units

The graph (parabola) of $p(x) = x^2 - x - 12$ intersects the x-axis at (–3,0) and (4,0) points

∴ The zeroes of $x^2 - x - 12$ are –3 and 4

$p(x) = x^2 - 1x - 12 = 0$ ∴ $\sqrt{0}$

$x^2 - 4x + 3x - 12 = 0$

$x(x-4) + 3(x-4) = 0$

$(x-4)(x+3) = 0$

$x - 4 = 0$ (or) $x + 3 = 0$

$x = 4$ (or) $x = -3$

∴ Zeroes of p(x) are 4 and –3.

Finding the zeroes of p(x) through the graph and the method of factorization are same.

i.e., 4 and –3 are the zeroes of $x^2 - x - 12$ are true.

అధ్యాయం - 4
రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత

ముఖ్యాంశాలు :

- రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణం యొక్క సాధారణ రూపం $ax + by + c = 0$, a, b, c లు వాస్తవ సంఖ్యలు $a^2 + b^2$ 0.
- రెండు రేఖీయ సమీకరణాల జతను ఉమ్మడిగా తృప్తిపరిచే x, y విలువలను సమీకరణాల జతకు "సాధన" అంటారు.
- రేఖీయ సమీకరణాల జత రెండు రకాలు :

 1) సంగత రేఖీయ సమీకరణాలు

 2) అసంగత రేఖీయ సమీకరణాలు

1. సంగత రేఖీయ సమీకరణాలు : కనీసం ఒక సాధనసైనా కలిగిన రేఖీయ సమీకరణాల జత. ఇవి రెండు రకాలు

 i) పరస్పర స్వతంత్ర సమీకరణాలు

 ii) పరస్పర ఆధారిత సమీకరణాలు

- పరస్పర స్వతంత్ర సమీకరణాల జతకు ఒకే ఒక సాధన ఉంటుంది. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ లు పరస్పర స్వతంత్ర సమీకరణాల జత అయితే అవుతుంది.

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{}$$

- పరస్పర ఆధారిత సమీకరణాల జతకు అనంత సాధనలు ఉంటాయి. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ మరియు $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ లు పరస్పర ఆధారిత సమీకరణాల జత అయితే $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ అవుతుంది.
- అసంగత సమీకరణాల జతకు సాధనలు ఉండవు. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ మరియు $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ లు అసంగత రేఖీయ సమీకరణ వ్యవస్థ అయితే అవుతుంది.
- అసంగత రేఖీయ సమీకరణాలు రెండు రేఖలను సూచిస్తే అవి ఒకదానికొకటి సమాంతరంగా ఉంటాయి.
- సంగత రేఖీయ సమీకరణాల జత పరస్పర స్వతంత్రమైతే ఆ రేఖలు ఒకదానికొకటి ఖండించుకొంటాయి.
- సంగత రేఖీయ సమీకరణాల జత పరస్పర ఆధారితమైతే రేఖలు ఒకదానితో ఒకటి ఏకీభవించుకొంటాయి.
- రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల సాధనను గ్రాఫ్ పద్ధతి, ప్రతిక్షేపణ పద్ధతి లేదా చరరాశిని తొలగించు పద్ధతి ద్వారా కనుగొంటాము.

2 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. రెండు సంపూరక కోణాలలో మొదటి కోణం, రెండవ కోణం కన్నా 30^0 ఎక్కువకు సరియగు సమీకరణాలను వ్రాయుము.

సాధన.మొదటి కోణం విలువ = x^0

రెండవ కోణం విలువ = y^0 అనుకొనుము

x, y లు సంపూరక కోణాలు కావున వాటి మొత్తము 180^0.

అనగా $x + y = 180^0$ ....(1)

మొదటి కోణం రెండవ దానికన్నా 30^0 ఎక్కువ. అనగా వాటి మధ్య భేదం 30^0.

$x - y = 30^0$ ....(2)

$\therefore$ కావలసిన రేఖీయ సమీకరణాలు $x + y = 180$

$x - y = 30$

2. ఒక కుర్చీ మరియు బల్లలు రెండింటినీ రూ. 570కు అమ్మిన కుర్చీపై 10% మరియు బల్లపై 15% లాభాలు వచ్చును. అదే వాటిని రూ. 555లకు అమ్మిన కుర్చీపై 15%, బల్లపై 10% లాభం వచ్చును. ఈ సమాచారాన్ని సమీకరణాల రూపంలో వ్రాయుము.

సాధన. కుర్చీ ఖరీదు = రూ. x

టేబుల్ ఖరీదు = రూ. y అనుకొనుము

10% లాభంతో కుర్చీ అమ్మిన వెల

$$= \frac{110x}{100} \text{ లేదా } \frac{11x}{10}$$

$$= x \times \frac{100+10}{100} \qquad = y \times \frac{100+15}{100} \qquad \frac{11x}{10} + \frac{23y}{20} = 570$$

15% లాభంతో బల్లను అమ్మిన వెల

$$= \frac{115y}{100} \text{ లేదా } \frac{23y}{20}$$

లెక్క ప్రకారం రెండింటిని అమ్మిన వెల = రూ. 570

అనగా లేదా $22x + 23y = 11400$ ....(1)

అదే విధంగా కుర్చీపై 15%, బల్లపై 10% లాభంతో రెండింటినీ అమ్మిన వెల రూ. 555/-.

రేఖీయ సమీకరణాలు $\frac{23x}{20} + \frac{11y}{10} = 555$ మరియు $23x + 22y = 11100$ ....(2)

రేఖీయ సమీకరణాలు $22x + 23y = 11400$ మరియు $23x + 22y = 11100$.

3. రెండు సంఖ్యల భేదం 26, మరియు ఒక సంఖ్య రెండవ సంఖ్యకు మూడు రెట్లు"పై నియమాలను సూచించు సమీకరణాలను x, y చరరాశులలో వ్రాయుము.

Sol. మొదటి సంఖ్య = x

రెండవ సంఖ్య = y అనుకొనుము.

లెక్క ప్రకారం సంఖ్యల భేదం = 26

అనగా $x - y = 26$ ....(1)

"మొదటి సంఖ్య రెండవ సంఖ్యకు 3 రెట్లు"

అనగా $x = 3y$ లేదా $x - 3y = 0$ ....(2)

రేఖీయ సమీకరణాలు $x - y = 26$ మరియు $x - 3y = 0$.

4. 5 పెన్సిళ్ళు మరియు 7 కలముల వెల రూ. 95. అలాగే 7 పెన్సిళ్ళు, 5 కలముల వెల రూ. 85/- అయిన పై సమాచారాన్ని సమీకరణ రూపంలో తెలుపుము.

సాధన. ఒక పెన్సిల్ వెల = రూ. x

లొక కలము వెల = రూ. y అనుకొనుము

5 పెన్సిళ్ళు, 7 కలముల వెల రూ. 95 అనగా

$5.x + 7.y = 95$ (or) $5x + 7y = 95$ ....(1)

7 పెన్సిళ్ళు, 5 కలముల వెల రూ. 85 అనగా

$7.x + 5.y = 85$ (or) $7x + 5y = 85$ ....(2)

$\therefore$ రేఖీయ సమీకరణాలు $5x + 7y = 95$ మరియు $7x + 5y = 85$

5. మేరి తన కూతురితో ఇలా చెప్పింది "7 సంవత్సరాల క్రితం నా వయస్సు అప్పటి నీ వయస్సుకు 7 రెట్లు. అలాగే ఇప్పటి నుండి 3 సంవత్సరాల తరువాత నా వయస్సు నీ వయస్సులో 3రెట్లు ఉంటుంది" ఈ నియమాలను సమీకరణ రూపంలో వ్రాయుము.

సాధన. ప్రస్తుతం మేరి వయస్సు = x సంII

కూతురు వయస్సు = y సంII అనుకొనుము

7 సంవత్సరాల క్రితం

మేరి వయస్సు = $x - 7$

కూతురి వయస్సు = $y - 7$

లెక్క ప్రకారం మేరి వయస్సు కూతురి వయస్సుకు 7 రెట్లు

అనగా $x - 7 = 7(y - 7)$

$x - 7 = 7y - 49$

$x - 7y = -42$ ....(1)

3 సంవత్సరాల తరువాత

మేరి వయస్సు = $x + 3$

కూతురి వయస్సు = $y + 3$

లె.ప్ర. మేరి వయస్సు కూతరి వయస్సుకు 3 రెట్లు

అనగా, x + 3 = 3(y + 3)

x + 3 = 3y + 9

x – 3y = 6 ....(2)

రేఖీయ సమీకరణాల జత x – 7y = –42 మరియు x – 3y = 6

4 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. క్రింది సమీకరణాలను సాధించుము. (P.S.)

$$\frac{10}{x+y}+\frac{2}{x-y}=4 \ ; \ \frac{15}{x+y}-\frac{5}{x-y}=-2 .$$

సాధన. దత్త సమీకరణాలు రేఖీయ సమీకరణాలు కావు.

వీటిని రేఖీయ సమీకరణాలుగా మార్చుకోవాలి.

$$10\left(\frac{1}{x+y}\right)+2\left(\frac{1}{x-y}\right)=4$$ మరియు

$$15\left(\frac{1}{x+y}\right)-5\left(\frac{1}{x-y}\right)=-2$$

$\frac{1}{x+y}=p$, $\frac{1}{x-y}=q$ అని అనుకొని ప్రతిక్షేపించిన రేఖీయ సమీకరణాల జత ఏర్పడుతుంది.

10p + 2q = 4 ....(1)

15p – 5q = –2 ....(2)

(1) 3 : 30p + 6q = 12

(2) 2 : 30p – 10q = –4

....

16q = 16

put q = 1 in (1) ప్రతిక్షేపించిన

10p + 2(1) =4

10p = 4 – 2

$$q = \frac{1}{x - y} = 1 \Rightarrow x - y = 1$$

$x + y = 5$

$x - y = 1$

....

$2x = 6$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

$x = 3$ ను $x + y = 5$ లో ప్రతిక్షేపించిన

$3 + y = 5$

$y = 5 - 3 = 2$

సాధన = (3,2)

2. $2^x + 3^y = 17$; $2^{x+2} - 3^{y+1} = 5$ లను సాధించుము.

సాధన. $2^x + 3^y = 17$; $2^{x+2} - 3^{y+1} = 5$ లు రేఖీయ సమీకరణాలు కావు.

$2^x.2^2 - 3^y.3^1 = 5$

$4.2^x - 3.3^y = 5$

$2^x = p$ మరియు $3^y = q$, లను ప్రతిక్షేపించిన రేఖీయ సమీకరణాల జత ఏర్పడుతుంది.

$$p = \frac{56}{7} = 8$$

$p + q = 17$ ....(1)

$4p - 3q = 5$ ....(2)

(1) 3 ....$3p + 3q = 51$

(2) 1 ....$4p - 3q = 5$

....

$7p = 56$

$p = 8$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించిన

$8 + q = 17$

$q = 17 - 8 = 9$

$\therefore p = 2^x = 8$

$2^x = 2^3 \quad x = 3$

$q = 3^y = 9$

$3^y = 3^2 \quad y = 2$

$\therefore$ సాధనం = (3,2)

3. $3x + 4y = 25$ మరియు $5x - 6y = -9$ లను ప్రతిక్షేపణ పద్ధతిలో సాధించుము (PS)

సాధన. $3x + 4y = 25$ ....(1)

$5x - 6y = -9$ ....(2)

ఏదైనా ఒక సమీకరణం నుండి x ను గాని, y ను గాని కర్తగా వ్రాసి ఆ విలువను రెండవ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించాలి.

$3x + 4y = 25$

$3x = 25 - 4y$

(2) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$5\left(\frac{25-4y}{3}\right)-6y=-9$$

$$\frac{125-20y-18y}{3}=-9$$

$125 - 38y = -27$

$-38y = -27-125$

[illegible]

$y = 4$

$3x + 4y = 25$

$3x + 4(4) = 25$

$3x = 25 - 16 = 9$

$$x=\frac{9}{3}=3$$

$\therefore$ సాధన = (3, 4)

4. ; లను చరరాశి తొలగింపు పద్ధతి ద్వారా సాధించుము (PS)

Sol. ....(1)

........(2)

(1) 3 ....

(2)   1.........

....

y = 2 ను (1) లో లేదా (2)లో ప్రతిక్షేపించిన

x = 6 – 3 = 3

సాధన = (3,2)

5. ఒక రెండంకెల సంఖ్య మరియు దానిలోని స్థానాలను తారుమారు చేయగా వచ్చిన సంఖ్యల మొత్తం 66. ఆ సంఖ్యలలోని రెండు అంకెల భేదం 2 అయిన ఆ సంఖ్యను కనుగొనుము. (P.S.)

Sol. ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె = x

16 68 26
3x+y = 13658 = 25
y 2y 13

పదుల స్థానంలోని అంకె = y అనుకొనుము

అయిన రెండంకెల సంఖ్య = 10(y) + 1(x)

= 10y + x

అంకెలను తారుమారు చేయగా వచ్చు కొత్త సంఖ్య = 10(x) + 1(y)

= 10x + y

పాత మరియు కొత్త సంఖ్యల మొత్తము = 10y + x + 10x + y

= 11x + 11y

లెక్క ప్రకారం మొత్తం = 66

11x + 11y = 66 లేదా x + y = 6 ....(1)

లెక్క ప్రకారం రెండంకెల భేదం 2

అనగా x – y = 2 ....(2)

x + y = 6

x – y = 2

....

2x   = 8

x = 4 ను (1) లో ప్రతిక్షేపించిన

$x + y = 6$

$4 + y = 6$

$y = 6 - 4 = 2$

కావున రెండంకెల సంఖ్య = 24.

కారణాలు - నిరూపణ

1. p యొక్క ఏ ధనవిలువకు క్రింది సమీకరణాల జతకు అనంత సాధనలుంటాయో కనుగొనండి. సరిచూడండి (RP)

   $px + 3y - (p - 3) = 0$ మరియు $12x + py - p = 0$. (RP)

సాధన. $px + 3y - (p - 3) = 0$ ....(1)

$12x + py - p = 0$ ....(2)

$a_1 = p$; $b_1 = 3$; $c_1 = -(p - 3) = 3 - p$

$a_2 = 12$; $b_2 = p$; $c_2 = -p$

సమీకరణాల జతకు అనంత సాధనలు ఉన్న, గుణకాల మధ్య సంబంధం

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{p}{12} = \frac{3}{p} = \frac{3-p}{-p};\ p^2 = 36 \ldots = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}\ ;\ \frac{c_1}{c_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ p యొక్క ధన విలువ = 6

సరిచూచుట : p = 6 విలువను సమీకరణాలలో ప్రతిక్షేపించిన

$6x + 3y - (6 - 3) = 0$

$6x + 3y - 3 = 0$ ....(1)

$12x + 6y - 6 = 0$ ....(2)

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

2. క్రింది సమీకరణాల జత సంగతేమో? అసంగతమో? సరిచూడండి. సంగతమైనచో వాటిని సాధించండి. (RP)

$2x + y = 5$ మరియు $3x - 2y = 4$

Sol. సమీకరణాలను నిర్దిష్ట రూపంలో వ్రాయగా

$2x + y - 5 = 0$ ....(1)

$3x - 2y - 4 = 0$ .....(2)

$a_1 = 2$; $b_1 = 1$; $c_1 = -5$

$a_2 = 3$; $b_2 = -2$; $c_2 = -4$

కావున ఇచ్చిన సమీకరణాల జత సంగత సమీకరణాల జత అవుతుంది. వీటికి ఒకే ఒక సాధన ఉంటుంది.

(1) 2.........$4x + 2y - 10 = 0$

(2) 1...........$3x - 2y - 4 = 0$

....

$7x - 14 = 0$

$7x = 14$

$x = \frac{14}{7} = 2$

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$; $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2}$

$x = 2$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించిన

$2(2) + y - 5 = 0$

$4 + y - 5 = 0$

$y - 1 = 0$

$y = 1$

సాధన = (2, 1)

3. 5 సంవత్సరాల క్రితం A వయస్సు Bకి 3రెట్లు. 10 సంవత్సరాల తర్వాత A వయస్సు Bకి 2 రెట్లు. అయిన ()ల ప్రస్తుత వయస్సులను కనుగొనుము.

Sol. A ప్రస్తుత వయస్సు = x

B ప్రస్తుత వయస్సు = y అనుకొనుము

5 సంవత్సరాల క్రితము

A వయస్సు = $x - 5$

B వయస్సు = $y - 5$

లెక్క ప్రకారం 5 సం॥ల క్రితం A వయస్సు Bకి 3 రెట్లు

అనగా $x - 5 = 3(y - 5)$

$x - 3y = -10$ .... (1)

10 సంవత్సరాల తరువాత

A వయస్సు $= x + 10$

B వయస్సు $= y + 10$

10 సంవత్సరాల తరువాత A వయస్సు B కి 2 రెట్లు

అనగా $x + 10 = 2(y + 10)$

$x - 2y = 20 - 10$

$x - 2y = 10$ .... (2)

$x - 3y = -10$

$x - 2y = 10$

– + –

....

$-y = -20$

$y = 20$

$y = 20$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$$

$x - 3(20) = -10$

$x - 60 = -10$

$x = -10 + 60 = 50$

A ప్రస్తుత వయస్సు = 50 years

B ప్రస్తుత వయస్సు = 20 years.

4. ఒక భిన్నములో లవ హారాలకు 1 కలిపిన అది అవుతుంది. అలాగే లవ హారాలకు నుండి 5 తీసివేసిన ఆ భిన్నం . కు సమానం అవుతుంది. అయిన ఆ భిన్నాన్ని కనుగొనండి. (Conn.)

సాధన. భిన్నములోని లవము = x

హారము = y అనుకొనుము

అయిన భిన్నము

లవ హారాలకు 1 కలిపిన భిన్నము విలువ

అనగా

$\Rightarrow 5x + 5 = 4y + 4$

$5x - 4y = -1$ ....(1)

లవ హారాల నుండి 5 తీసివేసిన భిన్నము విలువ

అనగా

$\Rightarrow 2x - 10 = y - 5$

$2x - y = 5$ ....(2)

(1) $1 : 5x - 4y = -1$

(2) $4 : 8x - 4y = 20$

....

$-3x \quad = -21$

x = 7 ను (1)లో ప్రతిక్షేపించిన

$5(7) - 4y = -1$

$35 - 4y = -1$

$-4y = -36$

$\Rightarrow \frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$

$x = \frac{-21}{-3} = 7$

$y = \frac{-36}{-4} = 9$

$\therefore$ భిన్నము $= \frac{7}{9}$.

5. నేహ కొన్ని ప్యాంటులను, స్కర్టులను కొనడానికి దుకాణమునకు వెళ్ళినది. ఆమె మిత్రురాలు ఎన్ని ప్యాంటులు, ఎన్ని స్కర్టులు కొన్నావని అడుగగా ఆమె ఇలా జవాబిచ్చింది. "నేను కొన్న స్కర్టుల సంఖ్య, ప్యాంట్ల సంఖ్య రెట్టింపు కన్నా రెండు తక్కువ. అలాగే స్కర్టుల సంఖ్య, ప్యాంట్ల సంఖ్య 4 రెట్ల కన్నా నాలుగు తక్కువ." నేహ ఎన్ని ప్యాంటులు, ఎన్ని స్కర్టులు కొన్నదో తెలుసుకోవడంలో ఆమె మిత్రురాలికి సహాయం చేయండి. (Conn)

సాధన. ప్యాంట్ల సంఖ్య = x

స్కర్టుల సంఖ్య = y అనుకొనుము.

లెక్క ప్రకారం స్కర్టుల సంఖ్య, ప్యాంట్ల సంఖ్య రెట్టింపు కన్నా రెండు తక్కువ

అనగా, $y = 2x - 2$

$2x - y = 2$ ....(1)

అలాగే స్కర్టుల సంఖ్య ప్యాంట్ల సంఖ్యకు 4 రెట్ల కన్నా నాలుగు తక్కువ.

అనగా, $y = 4x - 4$

$4x - y = 4$ ....(2)

$2x - y = 2$

$4x - y = 4$

....

$-2x \;\; = -2$

$x = 1$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించిన

$2(1) - y = 2$

$-y = 2 - 2 = 0$

$y = 0$

ప్యాంట్ల సంఖ్య = 1

స్కర్టుల సంఖ్య = 0.

6. క్రింది పట్టికలోని రేఖీయ సమీకరణాల గుణకాలను పోల్చి వివరణాత్మకంగా ఖాళీలను పూరించండి. (RP).

సమీకరణాల జత (1)	$\frac{a_1}{a_2}$ (2)	(3)	(4)	నిష్పత్తుల [illegible] $\frac{c_1}{c_2}$ పోలిక (5)	సూచించే గ్రాఫ్ (6)	బీజగణిత వివరణ (7)
1) $2x + y - 5 = 0$ $3x - 2y - 4 = 0$		(1)			(2)	ఏకైక సాధన
2) $3x + 4y - 2 = 0$ $6x + 8y - 4 = 0$	(3)	$\frac{4}{8}$		(4)	(5)	(6)
3) $4x - 6y - 15 = 0$ $2x - 3y - 5 = 0$		(7)	(8)		(9)	అనంత సాధనలు

7. $2x + 3y - 8 = 0$ ఒక రేఖీయ సమీకరణము ఉన్నది. దీనికి జతగా ఎ) పరస్పరం స్వతంత్ర సంగతమయ్యేటట్లు, బి) పరస్పర ఆధారిత సంగతమయ్యేటట్లు మరియొక సమీకరణాల రెండు చరరాశులలో x, yలలో వ్రాయుము.

సాధన.దత్త సమీకరణము $2x + 3y - 8 = 0$, ను $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ తో పోల్చిన

$a_1 = 2, b_1 = 3, c_1 = -8$

a) సమీకరణాల జత పరస్పరం స్వతంత్ర సంగత సమీకరణాలైన గుణకాల మధ్య సంబంధం

$$\frac{2}{a_2} \neq \frac{3}{b_2} \Rightarrow \frac{a_2}{b_2} \neq \frac{2}{3}$$

గా తీసికొనుము అయిన

$a_2 = 4$ మరియు $b_2 = 5$ మరియు c_2 = ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య.

$\therefore$ అయిన కావలసిన సమీకరణం $4x + 5y + 7 = 0$

b) సమీకరణాల జత పరస్పర ఆధారిత సంగత రేఖలు అయిన గుణకాల మధ్య సంబంధం

అనగా

$$\frac{2}{a_2} = \frac{3}{b_2} \Rightarrow \frac{a_2}{b_2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{-8}{c_2} \Rightarrow c_2 = -16$$

అనగా (కు సమాన భిన్నం)

అనగా

కావలసిన సమీకరణము

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$

అనగా $4x + 6y - 16 = 0$.

5 మార్కుల ప్రశ్నలు

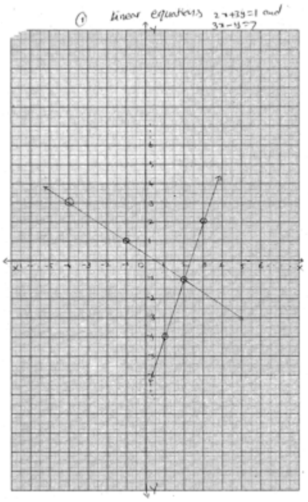
1. క్రింది సమీకరణాలను గ్రాఫ్ పద్ధతి ద్వారా సాధించండి. $2x + 3y = 1$ మరియు $3x - y = 7$.

Sol. $2x + 3y = 1$ ....(1)

$3x - y = 7$ ....(2)

$2x + 3y = 1$ ....(1)

$3y = 1 - 2x$



x	2	–1	–4
y	–1	1	3

$3x - y = 7$ ....(2)

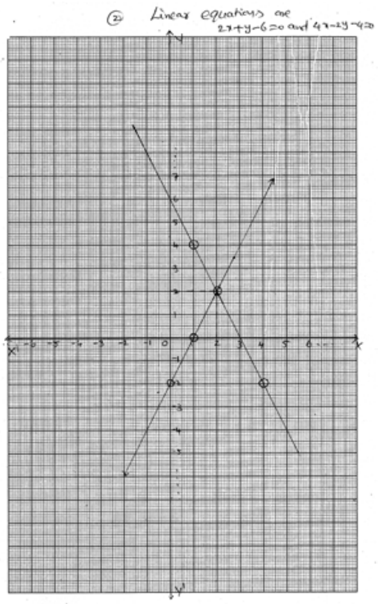
$y = 3x - 7$

x	1	2	3
y	–4	–1	2

సాధన = (2, –1)

2. $2x + y - 6 = 0$ మరియు $4x - 2y - 4 = 0$ లను రేఖా చిత్రపద్ధతిన సాధించుము.

సాధన. $2x + y - 6 = 0$ ....(1)



$4x - 2y - 4 = 0$ ....(2)

$2x + y - 6 = 0$

$y = 6 - 2x$

x	1	2	4
y	4	2	–2

$4x - 2y - 4 = 0$

$-2y = 4 - 4x$

$$y = \frac{1-2x}{3}$$

$$y = \frac{4-4x}{-2}$$

$$= \frac{4x-4}{2}$$

x	0	1	2
y	–2	0	2

$\therefore$ సాధన = (2, 2)

3. ఒక దీర్ఘ చతురస్రానికి పొడవు 5 యూనిట్లు తగ్గించి, వెడల్పు 2 యూ పెంచగా, వైశాల్యం 80 చ.యూ. తగ్గును పొడవును 10 యూనిట్లు పెంచి, వడెల్పు 5 యూనిట్లు తగ్గించగా వైశాల్యము 50 చ.యూ. పెరుగును. రేఖా చిత్రము ద్వారా పొడవు, వెడల్పులను కనుగొనుము. (Rep)

సాధన. దీర్ఘ చతురస్రం పొడవు = x యూ.

వెడల్పు = y యూ.

అయిన దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = xy చ.యు.

పొడవు 5 యూనిట్లు తగ్గించి, వెడల్పు 2 యూ పెంచిన

కొత్త వైశాల్యము (x – 5) (y + 2)

= xy + 2x – 5y – 10

ఈ వైశాల్యము, అసలు వైశాల్యం కంటే 80 చ.యూ. తక్కువ

అనగా xy + 2x – 5y – 10 = xy – 80

xy + 2x – 5y – xy = –80+10

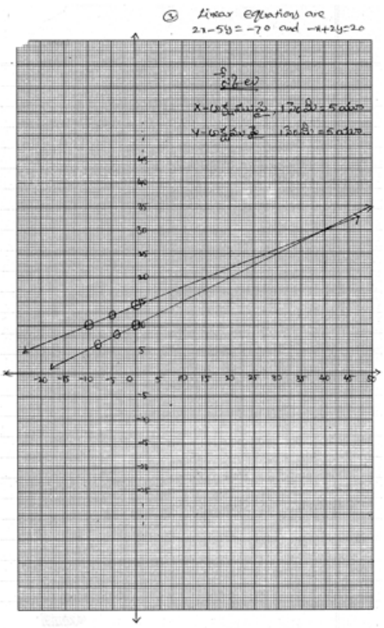
2x – 5y = –70 ....(1)

పొడవు 10 యూ. పెంచి, వెడల్పు 5 యూ. తగ్గించిన

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం (x + 10) (y – 5)

= xy – 5x + 10y – 50

లెక్క ప్రకారం ఈ వైశాల్యం అసలు వైశాల్యం కంటే 50 చ.యూ. ఎక్కువ.



xy – 5x + 10y – 50 = xy + 50

xy – 5x + 10y – xy = 50 + 50

–5x + 10y = 50 + 50

–5x + 10y = 100

–x + 2y = 20 ....(2)

2x – 5y = –70 ....(1)

5y = 2x + 70

$$y = \frac{2x + 70}{5}$$

x	–10	–5	0
y	10	12	14

–x + 2y = 20 ....(2)

2y = x + 20

$$y = \frac{x + 20}{2}$$

x	–4	–8	0
y	8	6	10

సాధన = (40, 30)

∴ పొడవు = 40 యూ.

వెడల్పు = 30 యూ.

4. రేఖా చిత్రము ద్వారా క్రింది సమీకరణాలను సాధించుము. (Rep)

4x – y = 16

$$\frac{3x - 7}{2} = y$$

5. రేఖాచిత్రము (గ్రాఫ్) ద్వారా సాధించుము. (Rep)

   $5x + 2y = 1$

   $7x + 3y = -1$

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. $3x + 2ky - 2 = 0$ మరియు $2x + 5y + 1 = 0$ లు సమాంతర రేఖలు అయిన k విలువ

   A) 2 B) C) 1 D) ( )

2. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ లు ఒకే సరళరేఖను సూచిస్తే.... ( )

   A) B) C) D)

3. $2x + y - 5 = 0$ కు సంగీత రేఖీయ సమీకరణ జతగా ఉండే సమీకరణం ( )

   A) $3x - 2y - 4 = 0$ B) $4x + 2y - 10 = 0$ C) $20x + 10y - 50 = 0$ D) $8x + 4y - 20 = 0$

4. క్రింది వానిలో పరస్పర ఆధారిత సమీకరణాల జత ( )

   A) $2x + 3y - 5 = 0, 3x - 4y - 5 = 0$ B) $3x - 2y + 4 = 0, 6x - 4y + 8 = 0$

   $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

   C) $x + y - 3 = 0, 5x - 3y + 2 = 0$ D) $3x - 2y - 5 = 0, 4x + 3y + 2 = 0$

5. క్రింది వానిఓ రేఖీయ సమీకరణం కానిది ( )

   A) $x^2 = 2y + 3$ B) $3y - 4 = x$ C) $4x + 3 = y - 1$ D) $x^3 = 1 + y$

6. ప్రక్క పటంలో సరళరేఖ x - అక్షాన్ని ఖండించు బిందువు ( )

   A) (0, 3)

   B) (3, 0)

   C) (0, 0)

   D) (3, 3)

7. y - అక్షాన్ని (0, 5) బిందువు వద్ద ఖండించు రేఖ సమీకరణం ( )

   A) $x + 5 = 0$ B) $y - 5 = 0$ C) $x = 0$ D) $y + 3 = x$

8. $x + 3y = 6$ మరియు $4x + 12y = 8$ రేఖీయ సమీకరణాలను సూచించే గ్రాఫ్ ( )

   A) సమాంతర రేఖలు B) ఖండన రేఖలు C) ఏకీభవించే రేఖలు D) ఏదీ కాదు

9. సంగత (స్వతంత్ర) సమీకరణాల జత .... ( )

A) సమాంతర రేఖలు B) ఖండన రేఖలు C) ఏకీభవించే రేఖలు D) ఏదీ కాదు

10. (2, –3) బిందువు ఉండే పానము ( )

A) I B) II C) III D) IV

11. $x + 3y = 4$ మరియు $5x + py = 20$ లు అసంగత రేఖీయ సమీకరణాల జత అయిన P విలువ ....

12. $2x + ky - 1 = 0, 5x + 7y + 7 = 0$ సమీకరణాల జతకు ఏకైక సాధన ఉంటే k ....

13. $px + qx + r = 0$ మరియు $ax + by + c = 0$ లు సమాంతర రేఖలు అయితే...............

14. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ మరియు $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ రేఖీయ సమీకరణాల జతకు సాధన లేకపోతే $a_1 : a_2 =$ ....

15. $L_1 = a_1x + b_1y + c_1 = 0, L_2 = a_2x + b_2y + c_2 = 0$ మరియు $L_1//L_2$ అయిన గుణకాల మధ్య సంబంధం ....

$\neq$

అధ్యాయం - 5
వర్గ సమీకరణాలు

1. మార్కుల భారత్వము

2 మార్కుల ప్రశ్నలు = 1

4 మార్కుల ప్రశ్నలు = 1

$^{1}/_{2}$ మార్కు ప్రశ్నలు = 3/4

ఈ అధాయయం నుండి $7^{1}/_{2}$ - 8 మార్కులు వరకూ వస్తాయి.

2. సెక్షన్ I మరియు సెక్షన్ – III లలో (గ్రూపు – ఎ నుండి (పార్ట్ – ఎలో) ఈ అధ్యాయం నుండి ప్రశ్నలు అడుగబడును.

3. ముఖ్య భావనలు మరియు సూత్రాలు :

i) 2వ పరిమాణంలో వున్నట్టి, బీజీయ సమీకరణము ఏక చరరాశిలో వుంటే, దానిని వర్గ సమీకరణము అంటాము.

ii) బీజీయ సమీకరణము p(x) లోని పదాలు పరిమాణ ఆధారంగా అవరోహన క్రమంలో వుంచబడి వుంటే, దాని ప్రామాణి రూప వర్గ సమీకరణము అగును.

$p(x) = ax^2 + bx + c = 0$, (a 0) ను ప్రామాణిక రూప వర్గ సమీకరణము అగును కానీ $p(x) = y = ax^2 + bx + c$ (a 0) ను వర్గ ప్రమేయము అంటాము.

iii) వర్గ బహుపది $ax^2 + bx + c$ యొక్క శూన్యాలు $ax^2 + bx + c = 0$ అనే వర్గ సమీకరణంయొక్క మూలాలు ఒక్కటే.

iv) వర్గసమీకరణాలను సాధించే పద్ధతులు ≱ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

a) $ax^2 + bx + c = 0$ ను రెండు రేఖీయ కారణాంకాల లబ్దంగా వ్రాసి, ప్రతి దానిని సున్నాకు సమానం చేయటం ద్వారా $ax^2 + bx + c = 0$ యొక్క మూలాలు కనుగొనగలుగుతాము.

b) ఒక వర్గ సమీకరణమును వర్గమును పూర్తి చేయుట ద్వారా కూడా సాధించవచ్చు

c) సూత్రీకరణ పద్ధతి : $b^2 - 4ac$ 0 అయినపుడు $ax^2 + bx + c = 0$ యొక్క మూలాలు

v) $b^2 - 4ac$ అనేది $ax^2 + bx + c = 0$ కు వాస్తవ మూలాలు వుంటాయో లేదో నిర్ణయించుటకు తోడ్పడుతుంది. కనుక దానిని వర్గ సమీకరణం యొక్క విచక్షణి అంటాం.

vi) $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గ సమీకరణం

a) $b^2 - 4axc > 0$ అయినరెండు వేర్వేరు వాస్తవ మూలాలను కల్గి వుంఉటంది

b) $b^2 - 4ac = 0$ అయిన రెండు సమాన వాస్తవ మూలాలను కల్గి వుంటుంది

c) $b^2 - 4ac < 0$ అయిన వాస్తవ మూలాలను కల్గి వుండదు.

2 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. $x^2 - 3x - 10 = 0$ అనే వర్గ సమీకరణం యొక్క మూలాలు కనుగొనండి. (PS)
2. మొత్తం 27 లబ్ధము 182 అయ్యే విధంగా రెండు సంఖ్యలను కనుగొనుము. (PS)

3. $3x^2 - 2kx + 2m = 0$, అనే వర్గ సమీకరణం యొక్క మూలాలు 2 మరియు 3 అయితే k మరియు m విలువను కనుగొనండి. (PS)

4. వర్గమును పూర్తి చేయు పద్ధతి ద్వారా $4x^2 + 3x + 5 = 0$ యొక్క మూలాలు కనుగొనండి. (PS)

5. $x+\frac{1}{x}=3 \ (x \neq 0)$ యొక్క మూలాలు కనుగొనండి (PS)

6. i) , ii) $2x^2 - 6x + 3 = 0$ వర్గ సమీకరణం యొక్క మూలాల స్వభావాన్ని కనుగొనండి.

7. $2x^2 + Kx + 3 = 0$ అనే వర్గ సమీకరణం యొక్క రెండు మూలాల సమానము అయిన K విలువను కనుగొనండి

8. $3x^2 - 2x +$ $= 0$ యొక్క విచక్షణిని కనుగొనుము? తద్వారా మూలాల స్వభావమును తెలుపుము? ఒకవేళ వాస్తవ సంఖ్యలైతే వాటిని కనుగొనుము (PS & Comm)

4 మార్కుల ప్రశ్నలు

9. రెండు చతురస్రాల వైశాల్యాల మొత్తం $468m^2$. దాని చుట్టు కొలతల భేదము 24m, అయిన ఆ రెండు చతురస్రాల భుజాలను కనుగొనుము. (PS & Comm)

10. 'n' భుజాలు గల ఒక బహుభుజిలోని కర్ణాల సంఖ్య $^1/_2 n(n-3)$ అయితే 65 కర్ణాలు గల బహుభుజి యొక్క భుజాల సంఖ్య ఎంత? 50 కర్ణాలు గల బహుభుజి వ్యవస్థితమౌతుందా? (R.P. & Conn)

11. ఒక త్రిభుజము యొక్క భూమి, దాని ఎత్తు కంటే 4 సెం.మీ. ఎక్కువ ఈ త్రిభుజ వైశాల్యము 48 చ.సెం.మీ. అయినద దాని భూమిని, ఎత్తును కనుగొనుము? (R.P. & Comm)

$\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x-7}=\frac{11}{30}, \ (x \neq -4, 7)$

12. నిశ్చల నీటిలో ఒక మోటరు బోటు యొక్క వేగము గంటకు 18 కి.మీ., నీటి ప్రవాహమునకు ఎదురుగా 24 కి.మీ. ప్రయాణించుటకు పట్టే కాలము, తిరిగి బయలుదేరిన స్థానమునకు వచ్చుటకు పట్టే కాలం కంటే 1 గంట ఎక్కువ. అయిన నీటి వేగమెంత? (R.P. & Conn.)

13. సమీకరణ మూలాలు కనుగొనండి (PS).

14. $\frac{x-1}{x+2}+\frac{x-3}{x-4}=\frac{10}{3}, \ (x \neq -2, 4)$, ను సాధించండి. (PS)

1 మార్కు ప్రశ్నలు

15. $x-\frac{3}{x}=2$ అయితే X విలువను కనుగొనండి.

16. అనేది వర్గ సమీకరణమా? కాదా. సరిచూడండి. (RP)

BITS

I. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. ఈ క్రింది వానిలో వర్గ సమీకరణము కానిది ( )

A) $x(2x + 3) = x^2 + 1$ B) $(x - 2)^2 + 1 = 2x - 3$

C) $x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$ D) $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$

2. ఈ క్రింది వానిలో వర్గ సమీకరణము అయినది ( )

A) $(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$ B) $(x - 2)^3 = 8$

C) $x(x + 1) + 8 = (x + 1)(x - 2)$ D) $x^2 - 55x + 750 = 0$

3. ఒక సంఖ్య, దాని వ్యుత్క్రమాం మొత్తము . ఈ విషయాన్ని వర్గ సమీకరణ రూపంలో వ్యక్తపరచినది ...... ( )

A) B) C) D)

4. $x^2 + 7x - 60 = 0$ యొక్క మూలాలు α, β లు అయితే $\alpha + \beta + \alpha\beta$ విలువ ...... ( )

A) –67 B) –53 C) 53 D) 67

5. వర్గ సమీకరణము $px^2 + qx + r = 0$ కు రెండు విభిన్న వాస్తవ మూలాలు వుంటే, ( )

A) $q^2 = 4pr$ B) $q = 2pr$ C) $q^2 > 4pr$ D) $q^2 < 4pr$

II. ఖాళీలను పూరించండి.

6. $x^2 + px + 3 = 0$ యొక్క ఒక మూలము 1 అయిన 'p' యొక్క విలువ ....

7. α మరియు β ల మూలాలుగా గల వర్గ సమీకరణము ....

8. చరరాశి y లో వర్గ సమీకరణ ప్రామాణిక రూపము ....

9. వర్గ సమీకరణ మూలలు సంకీర్ణ (కల్పిత) సంఖ్యలు కావటానికి గల నియమము..............

10 11–1000
x² + √2x + = 0
3 xx² 3332

10. $3x^2 - 5x + 2 = 0$ యొక్క మూలాలు లబ్ధము ....

11. $x^2 + 3x - 10 = 0$ యొక్క మూలాల మొత్తము ....

III. జతపరచుము

$ax^2 + bx + c = 0$ యొక్క విచక్షణతో $D = b^2 - 4ac$ అయితే

	Group - A		**Group - B**
12.	D > 0 అయిన	[ ]	A) వర్గ సమీకరణం యొక్క వక్రము x - అక్షమును ఒకే ఒక బిందువు వద్ద ఖండించును.
13.	D = 0 అయిన	[ ]	B) వర్గ సమీకరణ వక్రము x-అక్షమును ఎక్కడా ఖండించదు
14.	D < 0 అయిన	[ ]	C) వర్గ సమీకరణ వక్రము రెండు వేర్వేరు బిందువు వద్ద x-అక్షమును ఖండించును
15.	$2x^2 + 3x + 1 = 0$ అయిన D...	[ ]	D) 0
16.	యొక్క D =.....	[ ]	E) 1
			F)

సమాధానములు (2 మార్కుల ప్రశ్నలు)

1. ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణము $1x^2 - 3x - 10 = 0$

$1x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$

$x(x - 5) + 2(x - 5) = 0$

$(x - 5)(x + 2) = 0$

$x - 5 = 0$ (or) $x + 2 = 0$

$x = 5$ (or) $x = -2$

$\therefore -2, 5$ లు వర్గ సమీకరణ మూలాలు అగును.

2. రెండు సంఖ్యలు = x, y వ

వాటి మొత్తం $x + y = 27$ (ఇవ్వబడినది)

$y = 27 - x$ .... (1)

వాటి లబ్ధము $xy = 182$ ....(2) (ఇవ్వబడినది)

$y = 27 - x$ ను (2) వ సమీకరణములో ప్రతిక్షేపించగా

$x(27 - x) = 182$

$27 - x^2 = 182$

$1x^2 - 27x + 182 = 0$

$x^2 - 13x - 14x + 182 = 0$

$x(x - 13) - 14(x - 13) = 0$ $\Rightarrow$

$(x - 13)(x - 14) = 0$

$x - 13 = 0$ (or) $x - 14 = 0$

$x = 13$ $\quad x = 14.$

మనకు కావలసిన సంఖ్యలు 13, 14 లేదా 14, 13.

3. $p(x) = 3x^2 - 2kx + 2m = 0$, యొక్క ఒక మూలము 2 అయిన

$p(2) = 0$ $\quad 3(2)^2 - 2k(2) + 2m = 0$

$12 - 4k + 2m = 0$

$-4k + 2m = -12$ ......(1)

అలాగే $p(3) = 0$ $\quad 3(3)^2 - 2k(3) + 2m = 0$

$27 - 6k + 2m = 0$

$-6k + 2m = -27$ ....(2)

సమీకరణము (2) నుండి (1) ని తీసివేయగా

$-6k + 2m = -27$

$-4k + 2m = -12$

(+) (–) (+)

....

$-2k \quad = -15$

సమీకరణము (1) నుండి $-4\left(\frac{15}{2}\right) + 2m = -12$

$-30m + 2m = -12$

$2m = -12 + 30$

$2m = 18$

$m = \frac{18}{2} = 9$

4. ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణము $4x^2 + 3x + 5 = 0$

4చే ఇరువైపులా భాగించగా

$$x^2 + 2.x.\frac{3}{8} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{-5}{4} + \left(\frac{3}{8}\right)^2$$

$$x^2 + 2.x.\frac{3}{4.2} = \frac{-5}{4}$$

ఇరువైపుల $\left(\frac{3}{8}\right)^2$ ను కలుపగా

$$x^2 + 2.x.\frac{3}{8} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{-80+9}{64}$$

$$\left(x + \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{-71}{64} < 0$$

x కు వాస్తవ విలువలు వుండవు.

వర్గ సమీకరణానికి వాస్తవ మూలాలు లేవు.

5. ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణము $x + \frac{1}{x} = 3 \quad (x \neq 0)$

$x^2 + 1 = 3x$

$1x^2 - 3x + 1 = 0$

దీనిని $ax^2 + bx + c = 0$ తో సరిపోల్చగా

$a = 1, b = -3, c = 1$

వర్గ సమీకరణ సూత్రము

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

వర్గ సమీకరణ మూలాలు $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ మరియు [illegible] $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6.i. ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణము

దీనిని $ax^2 + bx + c = 0$ తో సరిపోల్చగా

$a = 3,$ $\qquad$ $, c = 4$

కావున విచక్షణి $= b^2 - 4ac$

$= (-4\sqrt{3})^2 - 4(3)(4)$

$= 48 - 48$

$= 0.$

విచక్షణి = 0 అయినందున ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణానికి రెండు సమాన వాస్తవ మూలాలు వుండును.

ii. ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణము $2x^2 - 6x + 3 = 0$

దీనిని $ax^2 + bx + c = 0$ తో సరిపోల్చగా

$a = 2, b = -6, c = 3$

కావున విచక్షణి $= b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(2)(3)$

$= (6)^2 - 4\ (2)\ (3) = 36 - 24 = 12 > 0$

$\therefore$ ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణ మూలాలు రెండు విభిన్న వాస్తవ సంఖ్యలు అగును.

7. ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణము $2x^2 + kx + 3 = 0$

దీనిని $ax^2 + bx + c = 0$ తో సరిపోల్చగా,

$a = 2, b = k, c = 3$

కావున దాని విచక్షణి $= b^2 - 4ac = 0$

$K^2 - 4(2)(3) = 0$

$K^2 - 24 = 0$

$K^2 = 24$

$K = \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6}$

8. ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణము $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$

విదీనిని $ax^2 + bx + c = 0$ తో సరిపోల్చగా,

$a = 3, b = -2,$

దాని విచక్షణి $b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)$

$= 4 - 4$

$= 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore$ ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణానికి రెండు సమాన వాస్తవ సంఖ్యా మూలాలు వుండును.

$\therefore$ వర్గ సమీకరణ సాధన సూత్రము

$$= \frac{-(-2) \pm 0}{2(3)}$$

$$= \frac{2}{2(3)} = \frac{1}{3}$$

ఒకటి మాత్రమే వర్గ సమీకరణానికి మూలము గలదు.

సమాధానములు (4 మార్కుల ప్రశ్నలు)

9. చిన్న చతురస్రము యొక్క భుజము = x మీటర్లు

దాని చుట్టుకొలత = 4x మీ

పెద్ద చతురస్రం యొక్క చుట్టు కొలత = (4x + 24) మీ.

$\therefore$ పెద్ద చతురస్రం యొక్క భుజము

$= (x + 6)$ మీ.

చిన్న చతురస్రము యొక్క వైశాల్యము $= x^2$

పెద్ద చతురస్రము యొక్క వైశాల్యము $= (x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36$

ఈ రెండు చతురస్రాల మొత్తము $= x^2 + (x^2 + 12x + 36)$

$= 2x^2 + 12x + 36$

లెక్క ప్రకారము : $2x^2 + 12x + 36 = 468$

$2x^2 + 12x + 36 - 468 = 0$

$2x^2 + 12x - 432 = 0$

$1x^2 + 6x - 216 = 0$

(ఇరువైపులా 2 చే భాగించగా)

దీనిని $ax^2 + bx + 3 = 0$ తో సరిపోల్చగా

$a = 1, b = 6, c = -216$

సూత్రము :

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4(1)(-216)}}{2.1}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 864}}{2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}(n-3) = 65$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{900}}{2}$$

$$= \frac{-6 \pm 30}{2}$$

$= -3 \pm 15$

$\therefore x = -3 + 15$ లేదా $-3 - 15$

$= 12$ లేదా -18 (ఋణసంఖ్య కాదు)

చిన్న చతురస్రం యొక్క భుజము $x = 12$ మీ.

పెద్ద చతురస్రం యొక్క భుజము $= 12 + 6 = 18$ మీ

10. n భుజాలు గల బహుభుజి యొక్క కర్ణాలసంఖ్య

బహుభుజి కర్ణాల సంఖ్య = 65

$n^2 - 3n = 130$

$1n^2 - 3n - 130 = 0$

$1n^2 - 13n + 10n - 130 = 0$

$n(n - 13) + 10(n - 13) = 0$

$(n - 13)(n + 10) = 0$

$n - 13 = 0$ (or) $n + 10 = 0$

$n = 13$ (or) $n = -10$ (భుజాలు ఋణసంఖ్య కానే కావు)

కావున $n = 13$ సరియైనది

బహుభుజికి గల భుజాల సంఖ్య $n = 13$

50 కర్ణాలు గల బహుభుజి వుండనేరదు

వివరణ :

$$\Rightarrow 1n^2 - 3n - 100 = 0$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 400}}{2}$$

$$n = \frac{3 \pm \sqrt{409}}{2}$$

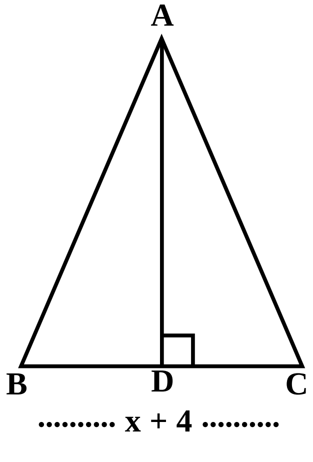
$$\frac{n(n-3)}{2} = 50 \qquad n = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-100)}}{2(1)} \qquad = \frac{1}{2} \times BC \times AD \qquad = \frac{1}{2}(x)(x+4) = 96$$

∴ 'n' ధనపూర్ణాంకం కాదు.

11. ΔABC లో ఉన్నతి = AD, భూమి = BC అంటే

త్రిభుజ భూమి, దాని ఉన్నతి కన్నా 4 సెం.మీ. ఎక్కువ

AD = x, కంటే BC = x + 4 అగును.



ΔABC యొక్క వైశాల్యము × భూమి × ఎత్తు.

లెక్క ప్రకారము :

$x(x+4) = 96$

$1x^2 + 4x - 96 = 0$

$1x^2 + 12x - 8x - 96 = 0$

$x(x + 12) - 8(x + 12) = 0$

$(x + 12)(x - 8) = 0$

$x + 12 = 0$ (or) $x - 8 = 0$

$x = -12$ (or) $x = 8$

(సాధన కాదు)

త్రిభుజ యొక్క ఉన్నతి (x) = 8 సెం.మీ.

దాని భూమి (x+4) = 8 + 4 = 12 సెం.మీ.

12. నీటి వేగము = x కి.మీ. / గంట అ.కో.

నీటి ప్రవాహానికి ఎదురుగా పోవునపుడు బోటు వేగము = (18 – x) కి.మీ. / గం.

మరియు తిరుగు ప్రయాణం (నీటి వాలులో) లో బోటు వేగము = (18 + x) కి.మీ./గం.

నీటి ప్రవాహమునకు ఎదురుగా పోవునపుడు పట్టు కాలము

తిరుగు ప్రయాణంనకు పట్టే కాలము $\frac{24}{(18-x)}$ గంటలు.

దత్తాంశము ప్రకారము

$\Rightarrow 24(18 + x) - 24(18 - x) = (18 - x)(18 + x)$

$1x^2 + 48x - 324 = 0$

సూత్రము నుంచి

$\frac{\text{distance}}{\text{speed}} = \frac{24}{18-x}$ hours

$\Rightarrow \frac{24}{18+x} - \frac{24}{(18-x)} = 1$

$x = \frac{-48 \pm \sqrt{(48)^2 + 1296}}{2} = \frac{-48 \pm \sqrt{3600}}{2}$

$= \frac{-48 \pm 60}{2}$

X = 6 లేదా – 54

నీటి వేగము ఋణాత్మకము కానేరదు కావున X = 6.

∴ నీటి ప్రవాహము యొక్క వేగము X = 6 కి.మీ. / గం.

13. ఇచ్చిన సమీకరణము $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30} (x \neq -4, 7)$

$\frac{x-7-x-4}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30}$

$-11 \times 30 = 11(x + 4)(x - 7)$

$-30 = (x + 4)(x - 7)$

$x^2 - 7x + 4x - 28 + 30 = 0$

$1x^2 - 3x + 2 = 0$

$1x^2 - 2x - 1x + 2 = 0$

$x(x - 2) - 1(x - 2) = 0$

$(x - 2)(x - 1) = 0$

$\therefore$ $x - 2 = 0$ (or) $x - 1 = 0$

$x = 2$ (or) $x = 1$

$\therefore$ 1 మరియు 2 ల ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణ మూలాలు

14.

$$\frac{(x-1)(x-4)+(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-4)} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{x^2-5x+4+x^2-1x-6}{x^2-2x-8} = \frac{10}{3}$$

$3(2x^2 - 6x - 2) = 10(x^2 - 2x - 8)$

$6x^2 - 18x - 6 = 10x^2 - 20x - 80$

$10x^2 - 6x^2 - 20 + 18x - 80 + 6 = 0$

$4x^2 - 2x - 74 = 0$

$2x^2 - x - 37 = 0$

దీనిని $ax^2 + bx + c = 0$ తో సరిపోల్చగా $a = -2, b = -1, c = -37$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{x+2} + \frac{x-3}{x-4} = \frac{10}{3}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-37)}}{2(2)}; \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{497}}{4}$$

1 మార్కు ప్రశ్నల జవాబులు

15. $x - \frac{3}{x} = 2 \Rightarrow x^2 - 3 = 2x$ (నీ

$1x^2 - 2x - 3 = 0$

$x^2 - 3x + 1x - 3 = 0$

$x(x - 3) + 1(x - 3) = 0$

$(x - 3)(x + 1) = 0$

$x - 3 = 0$ లేదా $x + 1 = 0$

$x = 3$ లేదా $x = -1$

16. $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$ $\quad x^2 + 2x + 1 = 2x - 6$

$x^2 + 2x + 1 - 2x + 6 = 0$

$x^2 + 7 = 0 \quad x^2 + 0.x + 7 = 0$

ఇది $ax^2 + bx + c = 0$ అనే ప్రామాణిక రూపంలో

$\therefore$ ఇచ్చింది వర్గ సమీకరణమగును.

సమాధానములు

I. 1) C   2) D   3) C   4) A   5) C   6) –4

II.7. $x^2 - x(\alpha + \beta) + \alpha.\beta = 0$

8. $ay^2 + by + c = 0$ 9) Discriminant = $b^2 - 4ac > 0$

10.   11) –3

III. 12) C   13) A   14) B   15) E   16) D.

గమనిక : ప్రశ్నల స్వరూపము / విధానము ఇవ్వబడినది. కానీ అదే ప్రశ్నలు మాత్రమే పబ్లిక్ పరీక్షలలో రాకపోవచ్చు.

$$\frac{2}{3}$$

అధ్యాయం - 6

శ్రేఢులు

ఈ అధ్యాయము నుండి పార్ట్ – ఎ, పార్ట్ – బి కలిపి మొత్తము ‘9’ మార్కులు రావడానికి అవకాశము ఉన్నది. ‘2’ మార్కుల సమస్య 1, ‘1’ మార్కు సమస్య 1, ‘4’ మార్కుల సమస్యలు 1 మరియు బిట్స్ 3 లేదా 4 వస్తాయి.

ముఖ్యాంశాలు :

1. మొదటి పదము తప్ప; తక్కిన పదాలు, ఒక స్థిర సంఖ్యను ముందు పదానికి కలుపగా యేర్పడుటను మనము గమనిస్తాము. ఇట్టి శ్రేఢులను అంక శ్రేఢులు అంటారు.

   అంకశ్రేఢి (నిర్వచనము) : మొదటి పదము మినహా మిగిలిన పదాలన్నీ దాని పూర్వపదమునకు ఒక స్థిర సంఖ్యను కలుపగా యేర్పడిన సంఖ్యల వరుసలను (శ్రేఢులను) అంకశ్రేఢులంటాము (A.P.), ఈ కలుపబడిన స్థిర సంఖ్యను ‘సామాన్య భేదము’ లేదా పదాంతరము అందురు. దీనిని dతోనూ, మొదటి పదమును 'a_1' తో సూచిస్తాము.

   ఉదా :

   1) 1, 3, 5, 7, 9, ... $a_1 = 1, d = 2$

   2) 9, 11, 13, ... $a_1 = 3, d = 2$

   3) −4, −3, −2, −1................ $a_1 = -4, \ d = 1$

   4) 10, 8, 6, 4, ... $a_1 = 10, d = a_3 - a_2 = 6 - 8 = -2$

2. అంకశ్రేఢిలో nవ పదము (a_n) : a_1, a_2, a_3, a_4.

   $$S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$$

   .... a_n అయితే a_n ను అంకశ్రేఢి యొక్క nవ పదము అంటారు.

   అంకశ్రేఢి యొక్క nవ పదము $a_m = a_1 + (n-1)d$ ఇక్కడ a_1 మొదటి పదము, d సామాన్య భేదం

3. అంకశ్రేఢి యొక్క సామాన్య రూపము

   a, a+d, a+2d, a+3d, ... a+(n–1)d ను అంకశ్రేఢి యొక్క సామాన్య రూపము అంటాము.

   గమనిక : ఒక సంఖ్యల జాబితాలో రెండు వరుస సంఖ్యల భేదం స్థిరమైన అది ఒక అంకశ్రేఢి అవుతుంది.

   a_1, a_2, a_3, ...a_k, a_{k+1}, ..., a_m

   అంకశ్రేఢి అయితే

   సామాన్యభేదం $d = a_{k+1} - a_k, \ k \geq 1$

4. అంకశ్రేఢిలోని n పదాల మొత్తము (s_m) : అంకశ్రేఢిలోని n పదాలు a_1, a_2, a_3 ...., a_n అయిన $a_1 + a_2 + a_3 +$ .... + a_n అంకశ్రేఢిలోని n పదాల మొత్తము అవుతుంది. దీనిని S_n తో సూచిస్తాము. అంకశ్రేఢిలో n పదాల

   మొత్తము అవుతుంది. దీనిని S_n తో సూచిస్తాము. అంకశ్రేఢిలో n పదాల మొత్తము అంకశ్రేఢిలో

   యొక్క మొదటి పదము = a

   పదాల సంఖ్య = n, సామాన్య భేదము = dలతో సూచిస్తాము.

   గమనిక : మొదటి పదము (a), చివరి పదము (a_n), పదాల సంఖ్య (n) తెలిసి, సామాన్య భేదము తెలియనప్పుడు

అంకశ్రేఢిలో n పదాల మొత్తము $S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$

చివరి పదము a_n ను 'l' గా కూడా సూచిస్తారు.

5. అంకశ్రేఢిలో (n-1) పదాల మొత్తము S_{n-1} మరియు n పదాల మొత్తము S_n మొత్తము ఆ శ్రేఢి n వ పదము $a_m = S_n - S_{n-1}$.

6. గుణశ్రేఢి : ఒక సంఖ్యల జాబితాలో మొదటి పదము తప్ప మిగిలిన అన్ని పదాలు దాని ముందున్న పదాన్ని ఒక స్థిర సంఖ్యచే గుణించడం వస్తూ ఉంటే ఆ సంఖ్యల జాబితాను గుణశ్రేఢి అంటారు. ఈ స్థిరసంఖ్యను సామాన్య నిష్పత్తి 'r' అంటాము. గుణశ్రేఢి యొక్క మొదటి పదము 'a' చే, సామాన్య నిష్పత్తిని 'r' చే సూచిస్తే ఆ గుణశ్రేఢిలోని పదాలు a_1, a_2, a_3, ..., a_n.

   $\therefore$ గుణశ్రేఢియొక్క nవ పదం : $a_n = a.r^{n-1}$

7. గుణశ్రేఢి యొక్క సామాన్యరూపం:

   $a, ar, ar^2, ar^3, ..., ar^{n-1}$

   ఈ గుణశ్రేఢిలో ఒక పదానికి, దాని ముందున్న పదానికి గల నిష్పత్తి r

   $$\therefore \frac{ar}{a} = \frac{ar^2}{ar} = ... = r$$

   a_1, a_2, a_3,.................. a_n ఒక గుణశ్రేణి కావలెనన్న ప్రతి పదము శూన్యేతరము అవుతూ $\frac{a_n}{a_{n-1}}$ కావలెను.

   $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

   గుణశ్రేఢి ఉదా :

   1) 2, 4, 8, 16, ... r = 2, a = 2

   2) –1/3, –1/9, –1/27, ... r = 1/3, a=–1/3

   3) –9/2, 9/4, –9/8, ... r=1/2, a=–9/2.

EXERCISE QUESTIONS ON KEY CONCEPTS

సూత్రము	వినియోగము
1. A.P. లో $a_n = a + (n-1)d$	1. 1) 16, 11, 6, 1,..... అయితే 18వ పదము (–69) 2) 16, 11, 6, 1 .... శ్రేఢిలో nవ పదము (21–5n)
2. A.P. లో n పదాల మొత్తము	2. 1) 1 నుండి 100 లోపు గల '3' యొక్క గుణిజాల మొత్తం ... (1683) 2) 1 నుండి 100 సహజ సంఖ్యల మొత్తము ... (5050)
3. A.P. లో మూడు పదాలు a–d, a, a+d అ.కా.	3. A.P. లో 3 పదాల మొత్తము 21. వాటి లబ్ధము 315 అయిన ఆ పదాలు .... (5, 7, 9)

4. గుణశ్రేఢిలో n వ పదము $a_n = an^{n-1}$	4. ఒక గుణశ్రేఢిలో n వ పదం $2(0.5)^{n-1}$ అయిన మొదటి పదము ....., సామాన్య నిష్పత్తి ...... (2, 0.5)
5. a_1, a_2, a_3 $a_2^2 = a_1.a_3$	5. –2/7, x, –7/2 వరుస సంఖ్యలు గుణశ్రేఢిలో నున్న x = ... (±1)
6. ఒక అంకశ్రేఢిలో 4వ పదము 7, మరియు 7వ పదము 4 అయిన 11వ పదము '0' అని చూపుము.	6. 1. $a_n = a+(n–1)d$ 2. $a_4 = a+3d = 7$ .... (1) 3. $a_7 = a+6d = 4$ .... (2) (–) – 3d = 3 d = 3/–3 = 1 d = −1 ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా a + 3 (–1) = 7 a – 3 = 7, a = 7 + 3 = 10 $a_{11} = a + 10d$ = 10 + 10 (–1) = 10 – 10 = 0

2 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. 3చే భాగించబడే రెండంకెల సంఖ్యలు ఎన్ని? (సమస్యా సాధన)

A. 3చే భాగించబడే రెండంకెల సంఖ్యల జాబితా : 12, 15, 18,............, 99

$= \frac{P \times R \times T}{100}$

పై జాబితా అంకశ్రేఢి ఇచ్చట

మొదటిపదము (a) = 12

సామాన్య భేదం (d) = 3

చివరి పదము = a_n = 99

అంకశ్రేఢిలో $a_n = a + (n – 1)d$

$99 = 12 + (n – 1)x3$

$(n – 1)x3 = 99 – 12 = 87$

$(n – 1) = \frac{87}{3} = 29$

$\therefore n = 29 + 1 = 30.$

3చే భాగించబడే రెండంకెల సంఖ్యలు = 30.

2. 1000లకు సంవత్సరానికి 8% బారు వడ్డీ ప్రకారము ప్రతి సంవత్సరానికి అయ్యే వడ్డీని కనుగొనుము? ఈ వడ్డీల జాబితా ఒక అంశ్రేఢి అవుతుందా? ఒకవేళ అంకశ్రేఢి అయితే 30వ సం॥ము చివర అయ్యే వడ్డీని కనుగొనుము (అనుసంధానం)

A. బారువడ్డీని కనుగొనుటకు సూత్రము

1వ సం॥ము చివర అయ్యే వడ్డీ $= Rs.\frac{1000\times 8\times 1}{100} =$ రూ. 80

2వ సం॥ము చివర అయ్యే వడ్డీ రూ. 160

3వ సం॥ము చివర అయ్యే వడ్డీ = = రూ. 240

ఈ విధంగా 4వ, 5వ, ... సం॥ల చివర అయ్యే వడ్డీలకు కనుగొనవచ్చు. అనగా 1వ, 2వ, 3వ ..... సం॥ల చివర అయ్యే వడ్డీల విలువ వరుసగా 80, 160, 240........

పై జాబితాలో రెండు వరుస పదాల భేదము 80 స్థిరము. కనుక ఇది ఒక అంకశ్రేఢి అవుతుంది.

ఇచ్చుట a = 80, d = 80

అనగా 30 సం॥ల చివర అయ్యే వడ్డీని కనుగొనవలెనన్న మనము a_{30}ని కనుగొనవలె.

$\therefore a_{30} = a + (30–1)\,d$

$= 80 + 29 \times 80 = 2400$

$\therefore$ 30 సంవత్సరముల చివర అయ్యే వడ్డీ = 2400 రూ.

3. ఒక అంశ్రేఢిలో 17 వ పదము 10వ పదం కంటే 7 ఎక్కువ. అయిన సామాన్య భేదం ఎంత? (P.S.)

A. ఒక A.P. లో 17వ పదము $a_{17} = a + 1bd$

10వ పదము = $a_{10} = a + 9d$

10007n1080×3×2 / S = Rs[51+13n](n – 1)d] / 2 7200 100

లెక్క ప్రకారము $a_{17} = a_{10} + 7$

$a + 16d = a – 9d = 7$

$7d = 7$

$\therefore$ సామాన్య భేదము = d = 1.

4. 24, 21, 18,..... అంకశ్రేఢిలో ఎన్ని పదాలను తీసుకున్న వాని మొత్తము 78 అవుతుంది? (వ్యక్తీపరచడం)

A. ఇచ్చుట $a = 24, d = 21 – 24 = –3, S_n = 78$

n = యొక్క విలువను కనుగొనాలి

$$78 = \frac{n}{2}[48 + (n-1)(-3)]$$

$3n^2 – 51n + 156 = 0$

$\Rightarrow n_2 - 17n + 52 = 0$

$(n-4)(n-13) = 0$

$\therefore n = 4$ (or) 13.

$\therefore$ పదాల సంఖ్య = 4 లేదా 13.

5. ఒక పాఠశాలలో విద్యా విషయక సంబంధిత విషయాలలో అత్యున్నత ప్రతిభ కనపరిచిన వారికి మొత్తము 700 రూలకు 7 బహుమతులు ఇవ్వాలని భావించారు. ప్రతి బహుమతి విలువ దాని ముందున్న దానికి రూ. 20 తక్కువ అయిన ప్రతి బహుమతి విలువను కనుగొనుము (అనుసంధానం)

A. బహుమతులను $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ (అ.కా.)

ప్రతి బహుమతి దాని ముందున్న బహుమతి కన్నా రూ. 20 తక్కువ. కావున $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ A.P లో ఉంటాయి.

సామాన్య భేదము $= d = a_2 - a_1 = -20$

(a_1 కన్నా a_2.20 తక్కువగా ఉంటుంది)

లెక్క ప్రకారం బహుమతుల మొత్తము S_7 = Rs.700

$\Rightarrow S_7 = \frac{7}{2}[2a + (7-1)(-20)] = 700$

$2a + 6(-20) = 700 \times \frac{2}{7} = 200$

$2a - 120 = 200$

$2a = 200 + 120 = 320$

$\therefore a = \frac{320}{2} = 160$

$\therefore$ బహుమతుల విలువ $a = a_1 = 160$

$a_2 = 160 - 20 = 140$

$a_3 = 140 - 20 = 120$

$a_4 = 120 - 20 = 100$

$a_5 = 100 - 20 = 80$

$a_6 = 80 - 20 = 60$

$a_7 = 60 - 20 = 40$.

6. ఒక గుణశ్రేఢి యొక్క 8వ పదము 192 మరియు సామాన్య నిష్పత్తి 2 అయిన 12వ పదమును కనుగొనుము (సమస్యా సాధన)

A. ఒక గుణశ్రేఢిలో 8వ పదము $a_8 = ar^7 = 192$ .....(1)

సామాన్య నిష్పత్తి $r = 2$ ను (1) లో రాయగా

$a(2)^7 = 192$

$a \times 128 = 192$

$\therefore$ 12వ పదము = $a_{12} = ar^{11}$.

7. బ్యాక్టీరియాల్లో ఒక రకము ప్రతి గంటకు దాని సంఖ్యకు రెట్టింపు అగును. ఒక తెగలో 30 బ్యాక్టీరియాలు రెండవ గంట చివర బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య ఎంత ?

4వ గంట చివర nవ గంట చివర బ్యాక్టీరియాల సంఖ్యలను తెలపండి (అనుసంధానము)

A. బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య = 30

దత్తాంశ ప్రకారము

మొదటి గంట చివర బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య = 30   2 = 60

రెండవ గంట చివర బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య = 60   2 = 120

మూడవ గంట చివర బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య = 120   2 = 240

నాల్గవ గంట చివర బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య = 240   2 = 480

పై జాబితాను శ్రేఢి రూపంలో వ్రాయగా

30, 60, 120, 240, 480........

పై శ్రేఢి, గుణశ్రేఢి

మొదటి పదము = $a_1 = 30$ $\qquad \left(\times \frac{3}{2} \; \therefore ar \times (2)^{11} \; \frac{1920}{1280} = \frac{3}{2} \times \right) 2^{10}$

సామాన్య నిష్పత్తి = r = 2

$\therefore$ nవ గంట చివర బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య = $a_n = a.r^{n-1} = (30)\,(2)^{n-1}$

8. '1' ఒకట్ల స్థానములో ఉండి, 50 మరియు 350ల మధ్య గల సంఖ్యల మొత్తము ఎంత? (సమస్యా సాధన)

A. 50 మరియు 350ల మధ్యగల సంఖ్యలలో ఒకట్ల స్థానములోని అంకె = 1

ఆ సంఖ్యలు = 51, 61, 71, 81,....., 341.

మొదటి పదము (a_1) = 51

సామాన్య భేదము (d) = $a_3 - a_2 = 71 - 61 = 10$

దత్తశ్రేఢిలో చివరి పదము $a_n = 341$

అంకశ్రేఢిలో

$a_n = a + (n - 1)d$

$341 = 51 + (n - 1)\,(10)$

$341 = 51 + 10n - 10$

$341 = 41 + 10n$

$341 - 41 = 10n$

(or) $10n = 300$

$\therefore n = \frac{300}{10} = 30$

కోరిన సంఖ్యల మొత్తము

$= \frac{30}{2}[51 + 341]$

$= 15\ [392]$

$= 5880.$

1 మార్కు ప్రశ్నలు

1. 0.2, 0.22, 0.222, 0.2222....... అనే దశాంశ సంఖ్యలు ఒక అంకశ్రేఢిని ఏర్పరచుచున్నావా? అయినచో సామాన్య భేదము కనుగొనండి. (అనుసంధానము)

A. దత్తశ్రేఢి, 0.2, 0.22, 0.222, 0.2222......

$a_2 - a_1 = 0.22 - 0.2 = 0.02$

$a_3 - a_2 = 0.222 - 0.22 = 0.002$

$a_4 - a_3 = 0.2222 - 0.222 = 0.0002$ $S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$ $x = \frac{4}{2} = 2$

ప్రతి సందర్భంలోను $a_{k+1} - a_k$ సమానము కాదు.

కావున ఈ జాబితా ఒక అంకశ్రేఢి (A.P)ని సూచించును.

2. x, x+2, x+6 నిలు ఒక గుణశ్రేఢిలో మూడు వరుస పదాలైన x విలువను కనుగొనుము (అనుసంధానం)

A. x, x + 2, x + 6 లు ఒక గుణశ్రేఢిలో వరుస పదాలు

$\therefore \frac{x+2}{x} = \frac{x+6}{x+2}$

$(x + 2)^2 = x\ (x + 6)$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 6x$

$x^2 + 4x - x^2 - 6x = -4$

$-2x = -4$

$2x = 4$

సరిచూచుట x, x + 2, x + 6

2, 4, 8 లు G.P లో కలవు.

3. 2, 8, 32........ గుణశ్రేఢిలో ఎన్నవ పదము 512 అవుతుంది ?

A. ఇచ్చిన గుణశ్రేఢి = 2, 8, 32, ...512

$a = 2$, , $a_n = 512$

గుణశ్రేఢిలో $a_n = a.r^{n-1} = 512$

$2 \quad (4)^{n-1} = 512$

$2 \quad (2^2)^{n-1} = 2^9$

$2^{2n-1} = 2^9$

$2n - 1 = 9$

$2n = 9 + 1 = 10$

2, 8, 32 శ్రేఢిలో 5వ పదము 512 అవుతుంది.

4. శ్రేఢిలోని 8వ పదమును వ్రాయండి. (సమస్యా సాధన)

A. దత్తశ్రేఢి

మొదటి పదము = (a_1) =

సామాన్య నిష్పత్తి $\times\sqrt{3}, \sqrt{6}, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{6} \ldots$; $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{2} = 4$; $n = \frac{10}{2} = 5$; $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{9}}$

$$= \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}} = \sqrt{2}$$

8వ పదము = $a_8 = a.r^{8-1} = (\sqrt{3}).(\sqrt{2})^7$.

5. ఒక ఉద్యోగస్తుని ప్రారంభ జీతము రూ. 3000. అతని వార్షిక ఇంక్రిమెంటు రూ. 150/- అయిన 8వ సంవత్సరములో అతని జీతము ఎంత? (అనుసంధానము)

A. ప్రారంభ జీతము = (a_1) = Rs.3000

వార్షిక ఇంక్రిమెంటు = Rs.150

అతని జీతము ఈ విధముగా నుండును

3000, 3150, 3300.............

పై జాబితా ఒక అంకశ్రేఢి

సామాన్య భేదము $d = 150$

8వ సం॥లో అతని జీతము = a_8

$= a + (8 - 1)d$

$= a + 7d$

= 3000 + 7(150) = 3000 + 1050 = రూ. 4050/-.

6. 6చే భాగించబడే మొదటి 40 ధనపూర్ణ సంఖ్యలు ఒక అంకశ్రేఢిని ఏర్పరచుచున్నావా? అయినచో మొత్తమును కనుగొనుము? (అనుసంధానము)

A. 6చే భాగించబడే మొదటి 40 ధనపూర్ణ సంఖ్యల

జాబితా 6, 12, 18, 24............. 40 పదాలు

ఈ జాబితా అంకశ్రేఢిలో కలదు.

$a = 6, d = a_2 - a_1 = 12 - 6 = 6, n = 40$

$$\therefore\ S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{40} = \frac{40}{2}[2\times 6 + (40-1)(6)]$$

= 20 [12 + 39×6]

= 20 [12 + 234]

= 20 246

$S_{40} = 4920$

∴ 6చే భాగించబడే మొదటి 40 ధనపూర్ణ సంఖ్యల మొత్తము $S_{40} = 4920$

4 మార్కుల ప్రశ్నలు

× 25

1. ఒక టెలివిజన్ తయారీ కంపెనీ 3వ సం॥లో 600 టెలివిజన్లను, 7వ సం॥ములో 700 సెట్లను తయారు చేసింది. ఇది తయారీ చేసే టెలివిజన్ల సంఖ్య ప్రతీ సం॥ము స్థిరంగా పెరుగుతూ ఉంటే

$\frac{100}{4} = 25$

1

   1) 1వ సం॥లో అది తయారుచేసిన టెలివిజన్ల సంఖ్య

   2) 10వ సం॥లో అది తయారుచేసిన టెలివిజన్ల సంఖ్య

   3) మొదటి 7 సం॥లలో అది తయారుచేసిన మొత్తం సెట్ల సంఖ్యను కనుగొనుము? (అనుసంధానము)

Sol. 1) ప్రతి సంవత్సరము తయారుచేసే టెలివిజన్ సెట్ల సంఖ్య ఒక స్థిర విలువతో పెరుగుతూ వుంటే 1వ, 2వ, 3వ, ... సం॥లో తయారయ్యే టెలివిజనల సెట్ల సంఖ్యల జాబితా ఒక అంకశ్రేఢిని ఏర్పరుస్తుంది.

'n' వ సం॥లో తయారుచేసే టెలివిజన్ సెట్ల సంఖ్యను a_n అనుకొనిన

$a_3 = 600$ మరియు $a_7 = 700$ గా ఇవ్వడినది.

$a + 2d = 600$

మరియు $a + 6d = 700$

(1), (2)లను సాధించగా (–)

$-4d = -100$

d =

సామాన్య భేదము d = 25

d విలువను సమీ (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$a + 2d = 600$

$a + 2(25) = 600$

$a + 50 = 600$

మొదటి పదము $a = 600 - 50 = 550$

ii) $a_{10} = a + 9d$

$= 550 + 9(25)$

$= 550 + 225 = 775$

అనగా 10వ సం॥లో తయారుచేసిన టెలివిజన్ల సంఖ్య = 775

iii)

$$= \frac{7}{2}[1100 + 150] = 4375$$

మొదటి 7 సం॥లలో తయారైన మొత్తం టెలివిజన్ల సంఖ్య = 4375

2. 162, 54, 18.... గుణశ్రేఢి మరియు $\frac{2}{81}, \frac{2}{27}, \frac{2}{9}$...... గుణశ్రేఢుల n వ పదాలు సమానము అయిన n విలువను కనుగొనుము (సమస్యా సాధన)

$S_7 = \frac{7}{2}[2 \times 550 + (7-1) \times 25]$

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{54}{162} = \frac{1}{3}$

$a_n = 162\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{162}{3^{n-1}}$

$r = \frac{2/27}{2/81} = \frac{2}{27} \times \frac{81}{2} = 3$

A. ఇచ్చిన 1వ గుణశ్రేఢి 162, 54, 18....

$a = 162,$

'n' వ పదము $= a_n = a.r^{n-1}$

2వ గుణశ్రేఢి : $\frac{2}{81}, \frac{2}{27}, \frac{2}{9}, ...$

మొదటి పదము (a) ,

nవ పదము $= a_n$ $= \frac{2 \times 3^{n-1}}{81}$

లెక్క ప్రకారము రెండు గుణశ్రేఢుల nవ పదాలు సమానము

$$\therefore \frac{162}{3^{n-1}} = \frac{2 \times 3^{n-1}}{81}$$

$2\times3^{n-1}\ \ 3^{n-1} = 162\ \ 81$

$3^{2n-2} = 81\times81$

$3^{2n-2} = 3^4\ \ 3^4$

$3^{2n-2} = 3^8$

$2n - 2 = 8$

$2n = 8 + 2 = 10$

$\therefore\ n = 5.$

3. అంకశ్రేఢి మొదటి n పదాల మొత్తము $2n + 3n^2$ అయిన nవ పదమును కనుగొనండి (P.S.).

A. అంకశ్రేఢిలోని మొదటి n పదాల మొత్తము $S_n = 2n + 3n^2$

$n = 1$ ఉంచితే $S_1 = 2(1) + 3(1)^2 = 2 + 3 = 5$

$\therefore\ a_1 = 5$

$n = 2$ ఉంచితే $S_2 = 2(2) + 3(2)^2 = 4 + 12 = 16$

$a_2 = S_2 - S_1$

$= 16 - 5 = 11$

$n = 3$ ఉంచితే $S_3 = 2(3) + 3(3)^2 = 6 + 27 = 33$ $\quad \times\ 3^{2n-2}\ n\ a = \frac{10}{2}\ \frac{15}{3} = 5\ 5\ \frac{162\times81}{2}$

$\therefore\ a_3 = 33 - 16 = 17$

$\therefore$ అంకశ్రేఢి = 5, 11, 17,......

$a_1 = 5,\ d = a_3 - a_2 = 17 - 11 = 6$

$\therefore$ అంకశ్రేఢిలో $a_r = a + (r - 1)d$

$= 5 + (r - 1)(6)$

$= 5 + 6r - 6 = 6r - 1.$

4. 3 సంఖ్యలు గల ఒక A.P. లో సంఖ్యల మొత్తము 15. వాని చివర సంఖ్యల వర్గముల మొత్తము 58 అయిన 3 సంఖ్యలేవి?

A. A.P. లో గల 3 సంఖ్యలు = $a-d\ d,\ a,\ a + d$

3 సంఖ్యల మొత్తము = 15

$a - d + a + a + d = 15$

$3a = 15$

చివర సంఖ్యల వర్గముల మొత్తము = 58

$(a - d)^2 + (a + d)^2 = 58$

$2(a^2 + d^2) = 58$

$(5)^2 + d^2 = 29$

$d^2 = 29 - 25 = 4$

d = +2 అయినచో 5–2, 5, 5+2

= 3, 5, 7

d = –2 అయినచో 5–(–2), 5, 5+(–2)

= 7, 5, 3.

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. అంకశ్రేఢిలో మొదటి పదము 100, పదాంతరము – 2 అయిన అందు 51వ పదము [ ]

A) 2 B) 0 C) –2 D) –14

2. అంకశ్రేఢిలో mవ పదము n, nవ పదము n అయిన మొదటి పదము [ ]

A) m + n –1 B) m – n + 1 C) m + n D) 0

3. 1, 3, 5...... శ్రేఢిలో n పదాల మొత్తము [ ]

A) $n^2 + n$ B) $2n^2 + n$ C) $n^2 - n$ D) n^2

4. x – y, ..., (x+y) లు అంకశ్రేఢిలో ఉన్నచో లోపించిన పదము [ ]

1 d 1 ±2 58

= 29

a 4 b c 2

A) x B) y C) x – 2y D) x + 2y

5. ఒక అంకశ్రేఢిలోని nవ పదము 2n + 1, అయిన పదాంతరము [ ]

A) 1 B) 2 C) 3 D) n

6. a, b, c లు అంకశ్రేఢిలో ఉన్నచో [ ]

A) c – a B) $\frac{a+c}{2}$ C) D) a + c

7. a, b, c గుణశ్రేఢిలో నున్నవి. అయిన లు ఏ శ్రేఢిలో నుండును [ ]

A) అంకశ్రేఢి B) హరాత్మక శ్రేఢి C) గుణశ్రేఢి D) పై మూడింటిలో ఏ శ్రేఢి కాదు

8. ఒక కుంభాకార బహుభుజిలోని కోణాలు A.P. లో కలవు. దానిలో అతి చిన్న 100^0 మరియు అతి పెద్ద కోణము 140^0 అయిన భుజముల సంఖ్య [ ]

A) 6 B) 8 C) 10 D) 11

9. ఒక లంబకోణ త్రిభుజ భుజములు సహజ సంఖ్యలు అవి A.P.లో కలవు. అయిన వానిలో ఒక దాని పొడవు దిగువ వానిలో [ ]

A) 22 B) 58 C) 81 D) 91

10. 3, 23ల మధ్య గల 4 అంకమధ్యములలో ఒకటి [ ]

A) 6 B) 8 C) 15 D) 21

Fill in the following blanks with suitable answers :

1. అంకశ్రేఢిలో మొదటి పదము –2, 10వ పదము 16 అయిన 15వ పదము ....
2. a, b, c లు అంకశ్రేఢిలో ఉన్న b + c, c + a, a + b లు .... శ్రేఢిలో ఉంటాయి.
3. a, b, c అంకశ్రేఢిలో A.P., ఉన్న లు వుండే శ్రేఢి ....
4. ల విలువలు .... వుంటాయి.
5. ఒక అంకశ్రేఢి యందలి n పదాల మొత్తము , అయినచో 10వ పదము ....
6. మొదటి 100 సహజ సంఖ్యల మొత్తము ....
7. $10^6 - 1$ ను 999, చే భాగించగా వచ్చు భాగఫలము ....
8. ఒక అంకశ్రేఢిలో మొదటిపదము , 5వ పదము ఆ శ్రేఢి పదాంతరము ....
9. a, b, c లు A.P. మరియు G.P.లలో నున్న ....

   1) a = b = c 2) a b C 3) a b = c 4) a = b c
10. ఒక అంకశ్రేఢిలో mవ పదము యొక్క m రెట్లు n వ పదము యొక్క n రెట్లకు, సమానమైన (m + n)వ పదము ....
11. a, b ల మధ్య n అంక మధ్యమములుంచి వ్రాయగా ఏర్పడు అంకశ్రేఢిలో పదాంతరము ....
12. 1, 3, 5, ... శ్రేఢిలో n పదాల మొత్తము ………………
13. ఒక గుణశ్రేఢిలో ప్రతిపదము దాని పూర్వపదములో నొక .... కల్గియుండును.
14. a+2, a, a–2 ల అంకమధ్యమం ....
15. 1, 3, 5, 7, ... శ్రేఢిలో 11వ పదము ....
16. 4,8,16,32...... శ్రేఢి .... నకు ఉదాహరణ
17. ఒక గుణశ్రేఢిలో nవ పదము $2(0.5)^{n-1}$ అయిన సామాన్య నిష్పత్తి ...., మొదటి పదము ....
18. ఒక గుణశ్రేఢిలో 6వ పదము 24. 13 వ పదము 3/16. అయిన 20వ పదము ....
19. (x – 3b), (x + b), (x + 5b) లు అంకశ్రేఢిలో నున్న సామాన్య పదము ....
20. మూడు సంఖ్యలు గుణశ్రేఢిలో వున్నాయి. వాటి లబ్ధము 216 అయిన వాటి మొత్తము 21. అయిన మధ్యమ పదము ....

III. Match the following :

i) Group - A **Group - B**

1. అంకశ్రేఢి యొక్క పదాంతరము [ ] A) n – 12

2. (n–1), (n+2), (n–3) అంకశ్రేఢిలో 13వ పదము [ ] B) –29

3. $t_n = (-1)^n.n^2$ అయిన 7వ పదము [ ] C) 1/6

4. 16, 11, 6,..... శ్రేఢిలోని 10వ పదము [ ] D) 3

5. k+2, 4k–6, 3k–2 అంకశ్రేఢిలో k విలువ [ ] E) n – 13

F) 49

G) 2

H) –49

ii) Group - A **Group - B**

1. ఒక గుణశ్రేఢిలోని మొదటి పదము 50, 4వ పదము 1350 అయిన సామాన్య నిష్పత్తి [ ] I)

2. $\frac{x}{y}, \frac{1}{x}, \frac{y}{x^3}$ గుణశ్రేఢిలోని సామాన్య నిష్పత్తి [ ] J) 1/y

3. a, b, c, d, e గుణశ్రేఢిలో నున్న ae = [ ] K) 1

4. r < 1 అయినప్పుడు గుణశ్రేఢిలోని n పదాల మొత్తము [ ] L) 3

5. గుణశ్రేఢిలో నున్న x విలువ .... [ ] M) bd

[illegible] $\frac{-7}{2}$ N)

O)

P) 2C

జవాబులు

I. 1) B 2) A 3) D 4) A 5) B
6) D 7) C 8) A 9) C 10) C

II. 1) 26 2) అంకశ్రేఢి 3) అంకశ్రేఢి 4) గుణశ్రేఢి

5) $\frac{73}{4}$ 6) 5050 7) 1001 8)

9) a = b = c 10) 0 11) 12) n^2

13) స్థిరనిష్పత్తి 14) a 15) 21 16) గుణశ్రేఢి

17) 0.5 ; 2 18) లేక 19) 46 20) 6

III.i) 1) C 2) E 3) H 4) B 5) D
ii) 1) L 2) N 3) M 4) I 5) K

అధ్యాయం - 7

నిరూపక రేఖాగణితము

ఈ అధ్యాయము నుండి పార్ట్–ఎ, పార్ట్–బి కలిపి మొత్తము 13 మార్కులు రావడానికి అవకాశము ఉన్నది.

2 మార్కుల సమస్యలు – 2

1 మార్కు సమస్యలు – 1

4 మార్కుల సమస్యలు – 1 మరియు

బిట్స్ – 8 వస్తాయి.

ముఖ్యాంశాలు :

1. నిరూపక రేఖాగణితమును ఫ్రెంచి గణిత శాస్త్రవేత్త రెనిడెకార్టె కనుగొన్నాడు.
2. నిరూపక తలంలో అడ్డంగా గీసిన నిర్దేశ రేఖను x - అక్షం అని నిలువుగా గీసిన నిర్దేశ రేఖను y - అక్షం అని, ఈ రెండు రేఖల ఛేదన బిందువును మూలబిందువు అని అంటారు.
3. నిరూపక తలాన్ని x - అక్షం, y - అక్షం నాలుగు పాదాలుగా (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4) విభజిస్తుంది.
4. $x > 0, y > 0$ అయిన మొదటి పాదం Q_1,
   $x > 0, y < 0$ అయిన నాల్గవ పాదం Q_4,
   $x < 0, y < 0$ అయిన మూడవ పాదం Q_3,
   $x < 0, y > 0$ అయిన రెండవ పాదం Q_2.
5. i) ఒకే సరళరేఖపై ఉన్న $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ అనే రెండు బిందువుల మధ్య దూరం
   ii) మూల బిందువు నుండి $A(x_1, y_1)$ కు గల మధ్య దూరం

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \quad \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \frac{-a}{b}$$

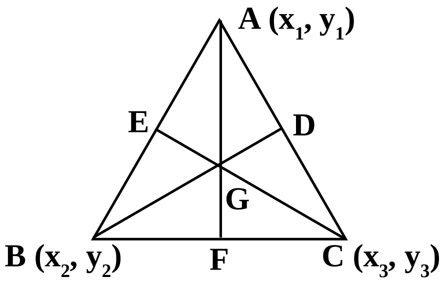
6. $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ అను బిందువులను కలుపు రేఖా ఖండం మధ్య బిందువు నిరూపకాలు .
7. వాలు : AB అనే సరళరేఖ x - అక్షంతో ధనాత్మక దిశలో చేసే కోణం 8 అయితే $\tan \theta$ను AB వాలు అంటారు. దీనిని 'm' చే సూచిస్తారు.
   x - అక్షానికి సమాంతరంగా ఉండే ఏ రేఖ వాలు అయిన సున్న.
   AB సరళరేఖ x - అక్షానికి లంబంగా ఉన్నప్పుడు $\tan 90^0$ విలువ నిర్వచించలేము. కనుక AB వాలును కూడ నిర్వచించడం సాధ్యం కాదు.
   $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ అనే బిందువుల గుండా పోయే సరళరేఖ వాలు (m) = y నిరూపకాల భేదం / x నిరూపకాల భేదం
   $ax + by + c = 0$ అను సమీకరణం సరళరేఖను సూచిస్తుంది.
   ఆ సరళరేఖ వాలు = –x గుణకం / y గుణకం =
8. (x_1, y_1), (x_2, y_2) బిందువులలో ఏర్పడు రేఖా ఖండాన్ని అంతరంగా $m_1 : m_2$ నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువు నిరూపకాలు

$$= p(x,\ y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2},\ \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right).$$

9. ఒక త్రిభుజంలోని మధ్యగతరేఖల మిళిత బిందువును గురుత్వ కేంద్రం అంటారు. దీనిని 'G' అనే అక్షరంచే సూచిస్తారు.

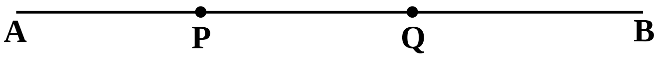
10. గురుత్వకేంద్రం, మధ్యగతరేఖను 2 : 1 నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది.

11. $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ గురుత్వ కేంద్రం



12. PQ బిందువులు ల ను త్రిథాకరించిన (3 సమాన భాగాలుగా విభజించిన) AP = PQ = QB అగును.

13. సమ త్రిఖండన బిందువులు అనగా రేఖాఖండాన్ని P, Q లు వరుసగా 1 : 2 మరియు 2 : 1 నిష్పత్తిలో విభజించుట.



14. $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ వైశాల్యం $D = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

(లేదా)

త్రి.వై.

$$G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right) \quad \Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix} \quad \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1| \quad s = \frac{a + b + c}{2}$$

మూల బిందువు ఒక శీర్షంగా గల త్రిభుజ వైశాల్యం

15. సరేఖీయ బిందువులు : ఒకే తలంలోని కొన్ని బిందువులు ఒక దత్త సరళరేఖపై ఉంటే, అట్లాంటి బిందువులను సరేఖీయ బిందువులు అంటారు.

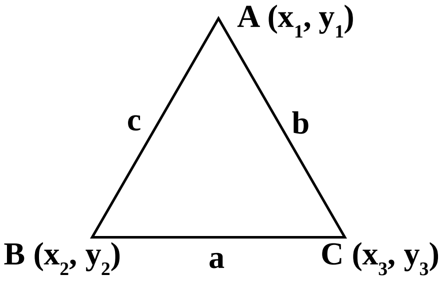
$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ బిందువులు సరేఖీయ బిందువులైన, DABC వైశాల్యం = 0.

16. త్రిభుజం భుజాల మధ్య బిందువులు $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ అయిన ఆ త్రిభుజము యొక్క శీర్షాలు :

$(x_1 + x_2 - x_3, y_1 + y_2 - y_3), (x_1 + x_3 - x_2, y_1 + y_3 - y_2), (x_2 + x_3 - x_1, y_2 + y_3 - y_1)$ అవుతాయి.

17. $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ లు త్రిభుజ శీర్షాలు మరియు AB = C, BC = a, AC = b లు భుజాలుగా గల త్రిభుజ వైశాల్యము.

$$\Delta ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$



దీనినే హెరాన్ త్రిభుజ వైశాల్య సూత్రం అంటారు.

18. ax + by + c = 0 అను సరళరేఖ (x_1, y_1) అను బిందువు సంతృప్తిపరిస్తే (x_1, y_1) ను ఆ సరళరేఖ యొక్క సాధన అంటారు.

19. x - అక్షంలో θ కోణము చేయు సరళరేఖ వాలు (m) = tan θ.

EXERCISE QUESTIONS ON KEY CONCEPTS

సూత్రము	వినియోగము
1. (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) బిందువుల మధ్య దూరము $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	1. 1) (a+c, a+b) మరియు (b+c, a+c) ల మధ్యదూరం. $\sqrt{a^2 + 2b^2 + c^2 - 2ab - 2bc}$ 2) (1, 2) మరియు (7, −1) బిందువుల మధ్యదూరం .... $(\sqrt{45})$
2. ఆదిబిందువు నుండి (x, y) మధ్యదూరము	2. 1) ఆదిబిందువు నుండి (3,4) బిందు దూరం.... (5) 2) ఆదిబిందువు నుండి (8,y) బిందువు 17యూ. దూరంలో వుంటే y = ... (15)
3. (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండము మధ్య బిందువు	3. 1) (9,3) మరియు (1,−1) బిందువులను కలుపు రేఖ మధ్య బిందువు .... (5,1) 2) వృత్తకేంద్రము (0,0), వ్యాసం ఒక చివర బిందువు (−2,5) రెండవ చివర బిందువు...... (2,−5)
4. (x_1, y_1) మరియు (x_2, y_2) బిందువులను కలుపు రేఖ వాలు (m)	$\sqrt{x^2+y^2}$ $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ 4. 1) (4,6), (2,−5) లను కలుపు రేఖ వాలు ... 2) (1, 2) మరియు (3,y) బిందువులను కలుపు రేఖ వాలు 1 అయిన y = ... (4)
5. రెండు సమాంతర రేఖల వాలుల సమానం.	5. 1) y = 7, y = 10 రేఖల స్వభావం .... (సమాంతర రేఖలు) 2) x = 5, x = 2 రేఖల స్వభావము ..... (సమాంతర రేఖలు)
6. ax + by + c = 0 రేఖ వాలు m = −x గుణకము / y గుణకము	6. 1) 2x+3y+6=0 రేఖవాలు ...... 2) 5x−2y+1 = 0 రేఖవాలు .... $\left(\frac{5}{2}\right)$
7. (x_1,y_1), (x_2,y_2) బిందువులను కలిపే రేఖ $m_1:m_2$ నిష్పత్తిలో విభజించే బిందువు నిరూపకాలు	7. 1) P(3, 2), Q(6, −1) లను కలిపే రేఖాఖండాన్ని 1:2 నిష్పత్తి విభజించే R నిరూపకాలు ...... (4,1)

	2) P(2, 27), Q(10,15) లను కలిపే రేఖాఖండాన్ని R(4,24)..... నిష్పత్తిలో విభజించును. (1:3)
8. (x_1,y_1) మరియు (x_2,y_2) బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండాన్ని త్రిథాకరించే బిందువుల నిరూపకాలు మరియు	8. A(–3,2) ; B(9,5) బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాన్ని త్రిథాకరించే బిందువులు .... మరియు .... (1,3);(5,4)
9. (x_1,y_1) మరియు (x_2,y_2) బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండము x-అక్షాన్ని ఖండించే నిష్పత్తి $y_1:y_2$.	9. (4,6) మరియు (−7,−1) బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండాన్ని x-అక్షము విభజించే నిష్పత్తి.... (6:1)
10. (x_1,y_1) మరియు (x_2,y_2) బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండాన్ని y-అక్షము ఖండించే నిష్పత్తి $x_1:x_2$.	10. (−3,2) మరియు (6,1) బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండము y-అక్షాన్ని విభజించే నిష్పత్తి (1:2).

2 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. బిందువులు (5, –2), (6, 4) మరియు (7, –2) లు ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజం యొక్క శీర్షాలు అవుతాయో కావో చూడండి. (అనుసంధానము) (R.P.)

$$P(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

Sol. ఇచ్చిన బిందువులు A = (5, –2), B = (6, 4), C = (7, –2) అనుకొనుము.

రెండు బిందువుల మధ్యదూరము =

$$\overline{AB} = \sqrt{(6-5)^2 + (4+2)} = \sqrt{1^2 + 6^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(7-6)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{1^2 + (-6)^2} = \sqrt{1+36}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(7-5)^2 + (-2+2)^2}$$

$$= \sqrt{2^2} = 2$$

$\therefore$ AB = BC

కావున ΔABC ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజము.

$\therefore$ ఇచ్చిన బిందువులు సమద్విబాహు త్రిభుజ శీర్షాలు.

2. బిందువులు P(2, –3) మరియు Q (10, y) ల మధ్యదూరం 10 యూనిట్లు, అయిన y విలువ ఎంత? (సమస్యా సాధన) (P.S.)

Sol. ఇచ్చిన బిందువులు P(2, –3), Q(10, y) మరియు (లెక్క ప్రకారము)

$\therefore$ రెండు బిందువుల మధ్యదూరము

square on both sides

$64 + (y + 3)^2 = 10^2$

$(y + 3)^2 = 100 - 64$

$(y + 3)^2 = 36$

$y + 3 = \pm 6$

$y + 3 = 6$ (or) $y + 3 = -6$

$y = 6 - 3 \quad y = -6 - 3$

$y = 3 \qquad y = -9$

$\therefore$ y = –9 or 3.

3. బిందువులు A(–4, 0) మరియు B (0, 6) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండమును నాలుగు సమభాగాలుగా విభజించు బిందువుల నిరూపకాలను కనుగొనండి. (అనుసంధానము) [illegible]

జ. ఇచ్చిన బిందువులు A(–4, 0), B(0, –6). P, Q, R బిందువులు ను 4 సమభాగాలుగా విభజించుము.

A —— P —— Q —— R —— B

ను 1 : 3 నిష్పత్తిలో

$Q \rightarrow \overline{AB}$ ను 1 : 1 నిష్పత్తిలో

$R \rightarrow \overline{AB}$ ను 3 : 1 నిష్పత్తిలో విభజించును.

$\therefore$ P, Q, R లు వరుసగా $\overline{AQ}, \ \overline{AB}, \ \overline{QB}$ ల మధ్య బిందువులు అగును.

మధ్య బిందువు

$$P(x,\ y) = \left(\frac{-4 + (-2)}{2},\ \frac{0 + 3}{2} \right)$$

$\therefore\ R = \left(-1,\ \frac{9}{2}\right)$

4. (1, –1), (2, 3), (2, 0) బిందువులు సరేఖీయాలు అవుతాయా? కావా? సరిచూడండి. (అనుసంధానము) (R.P.)

Sol. ఇచ్చిన బిందువులు = (1, –1) (2, 3) (2, 0)

త్రిభుజ వైశాల్యం

[illegible]

$$= \frac{1}{2}\left|1(3-0) + 2(0+1) + 2(-1-3)\right|$$

$\therefore$ ఇచ్చిన బిందువులు సరేఖీయాలు కావు.

5. (K, K), (2, 3) మరియు (4, –1) బిందువులు సరేఖీయాలైతే K విలువను కనుగొనండి. (సమస్యాసాధన) (P.S.)

Sol. A (K, K), B (2, 3) మరియు C (4, –1) లు సరేఖీయాలు.

$\therefore\ \Delta ABC = 0$

$6k - 14 = 0$

$6k = 14$

6. బిందువులు P(2, 5) మరియు Q(x, 3) ల గుండా పోయే రేఖ వాలు 2 అయిన x విలువను కనుగొనుము. (సమస్యాసాధన)

Sol. బిందువులు P (2, 5) మరియు Q (x, 3) ల గుండా పోయే రేఖ వాలు 2.

ఇక్కడ $x_1 = 2, y_1 = 5, x_2 = x, y_2 = 3$

రేఖ వాలు

$-2 = 2x - 4$

$\Rightarrow 2x = 2$

7. x - అక్షంపై ఉంటూ బిందువులు (2, –5) మరియు (–2, 9) లకు సమాన దూరంలో నున్న బిందువును గుర్తించండి. (వ్యక్తపరచడము)

Sol. ఇచ్చిన బిందువులు A (2, –5) మరియు B (–2, 9) అ.కొ.

A, B బిందువులకు సమాన దూరంలో x - అక్షంపై గల బిందువు p (x, 0) అ.కొ.

$\therefore$ రెండు బిందువుల మధ్య దూరం

$PA = \sqrt{(2-x)^2 + (-5-0)^2}$

$= \sqrt{x^2 - 4x + 4 + 25}$

$= \sqrt{x^2 + 4x + 4 + 81}$

కాని, PA = PB

ఇరువైపుల వర్గము చేయగా

$x^2 - 4x + 29 = x^2 + 4x + 85$

$-4x - 4x = 85 - 29$

$-8x = 56$

$\therefore$ (x, 0) = (–7, 0) అనునది ఇచ్చిన బిందువులకు సమాన దూరంలో x - అక్షంపై గల బిందువు.

8. బిందువులు (1, 2), (−1, b), (–3, –4) సరేఖీయాలైతే 'b' విలువను కనుగొనండి. (అనుసంధానము)

జ. ఇచ్చిన బిందువులు A (1, 2), B (–1, b) and C (–3, –4) అ.కొ.

$x_1 = 1, y_1 = 2, x_2 = -1, y_2 = b, x_3 = -3, y_3 = -4$ అవుతాయి.

ΔABC వై $= \frac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right| = 0$

(ఇచ్చిన బిందువులు సరేఖీయాలు)

$\ldots + (-1)(-4-2) + (-3)(2+b)\right| = 0$

$4b + 4 = 0$

$4b = -4$

1 మార్కు లెక్కలు

1. (0, –3), (0, –8) బిందువుల మధ్య దూరమెంత? అలాగే y- అక్షంపై ఉన్న బిందువుల మధ్య దూరం అవుతుందని చెప్పగలవా? (R.P.)

Sol. ఇచ్చిన బిందువులు : (0, –3), (0, –8)

ఇచ్చిన రెండు బిందువులు y - అక్షంపై ఉన్నవి.

ఆ రెండింటి మధ్యగల దూరం = d

$(0, y_1)$ మరియు $(0, y_2)$ అనే ఏవైనా రెండు బిందువులు y - అక్షంపై ఉన్న, ఆరెండింటి మధ్యగల దూరం

$= \sqrt{0 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(y_2 - y_1)^2}$

$= |y_2 - y_1|$

(దూరం ఎల్లప్పుడూ ఋణాత్మకం కాదు)

2. బిందువులు (3, 2) (–2, –3) మరియు (2, 3) లు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయా?

Sol. ఇచ్చిన బిందువులు P(3, 2), Q(–2, –3), R(2, 3) లతో మధ్య దూరము సూత్రం ఉపయోగించి పొడవులను కనుగొనవలయును.

మధ్యదూరము సూత్రము :

$PQ = \sqrt{(-2-3)^2 + (-3-3)^2}$

$= \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$ = 7.07 యూ.

$QR = \sqrt{(2+2)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{4^2 + 6^2}$

= 7.21 యూ.

$PR = \sqrt{(2-3)^2 + (3-2)^2}$

$\left(\frac{3-7+10}{3}, \frac{-5+4-2}{3}\right) = (2, -1)$

$= \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} = 1.41$ units (approx.)

పై వాటి యొక్క దూరములకు చెందిన విలువలలో ఏ రెండు విలువల మొత్తం మూడవ దానికంటే ఎక్కువ. ("త్రిభుజములోఏవైనా రెండు భుజముల పొడవుల మొత్తం మూడవ దానికంటే ఎక్కువ.") కాబట్టి పై బిందువులు P, Q మరియు R లు ఒక విషమ బాహు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయి.

3. బిందువులు (3, –5), (–7, 4), (10, –2) లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజము యొక్క గురుత్వ కేంద్రంను కనుగొనండి. (స.సా.)

Sol. దత్త త్రిభుజ శీర్షాలు : (3, –5), (–7, 4), (10, –2)

గురుత్వ కేంద్రం నిరూపకాలు

$= \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

∴ త్రిభుజ గురుత్వ కేంద్రం : (2, –1).

4. (0, 0) మరియు ($\sqrt{3}$, 3) బిందువులను కలుపుచూ గీయబడిన రేఖ వాలు కనుగొనండి. (స.సా.)

Sol. దత్త బిందువులు : (0, 0) మరియు (, 3)

వాలు

$$= \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

5. త్రిథాకరణ బిందువులు అనగానేమి? (వ్యక్తపరుచుట)

Sol. ఒక రేఖా ఖండమును మూడు సమాన భాగాలుగా విభజించు బిందువులను "త్రిథాకరణ బిందువులు" అంటాం.

6. బిందువులు A(4, 2), B (7, 5) మరియు C(9, 7) లు ఒకే సరళరేఖపై ఉన్నాయని చూపండి?

దత్త బిందువులు = A(4, 2), B(7, 5), C(9, 7)

$\therefore$ ΔABC వైశాల్యము =

$$= \frac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|4(5-7) + 7(7-2) + 9(2-5)\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|35 - 35\right|$$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-0}{\sqrt{3}-0} = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{2}\left|8 + 35 - 27\right|$$

$$= \frac{1}{2}\times 0$$

= 0.

Δ ABC వైశాల్యం '0' కావున, దత్త బిందువులు ఒకే సరళరేఖపై ఉన్నవి.

(ఒకే సరళరేఖపై ఉన్న బిందువులను సరేఖీయ బిందువులు అంటారు.)

4 మార్కుల సమస్యలు

1. బిందువులు (–4, –7), (–1, 2), (8, 5) మరియు (5, –4) లు వరుసగా ఒక సమచతుర్భుజ (రాంబస్) యొక్క శీర్షాలు అవుతాయని చూపండి. దాని వైశాల్యం కనుగొనండి. (సమస్యా సాధన)

Sol. ఇచ్చిన చతుర్భుజ శీర్షాలు : A(–4, –7), B(–1, 2), C(8, 5), D(5, –4) అనుకొనుము.

రెండు బిందువుల మధ్య దూరము

$$AB = \sqrt{(-1+4)^2 + (2+7)^2}$$

$$= \sqrt{9+81} = \sqrt{90} = \sqrt{9\times 10} = 3\sqrt{10}$$

$$CD = \sqrt{(5-8)^2 + (-4-5)^2} = \sqrt{9+81} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(8+1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(8+4)^2 + (5+7)^2} = \sqrt{144+144} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

$$AD = \sqrt{(5+4)^2 + (-4+7)^2} = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

$$BD = \sqrt{(5+1)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$\therefore$ ABCD చతుర్భుజంలో 4 భుజాలు సమానం.

$\therefore$ ABCD చతుర్భుజంలో AB = BC = CD = DA మరియు AC $\neq$ BD

$\therefore$ ఒక చతుర్భుజంలో 4 భుజాలు సమానం.

2 కర్ణాలు అసమానమైన అది ఒక రాంబస్ అగును.

$\therefore$ ABCD ఒక రాంబస్.

$\therefore$ ABCD రాంబస్ వైశాల్యము

$$= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$$

= 72 చ.యూ.

2. బిందువులు (−3, 10) మరియు (6, −8) లచే ఏర్పడు రేఖా ఖండమును బిందువు (−1, 6) ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుందో కనుగొనండి. (సమస్యా సాధన)

Sol. ఇచ్చిన బిందువులు A(–3, 10), B(6, –8) అనుకొనుము.

$\overline{AB}$ రేఖా ఖండాన్ని P(–1, 6), K : 1 నిష్పత్తిలో అంతరముగా విభజించును అనుకుందాము.

–K – 1 = 6K – 3   6K + 6 = –8K + 10

–K –6K = –3 + 1   6K + 8K = 10 – 6

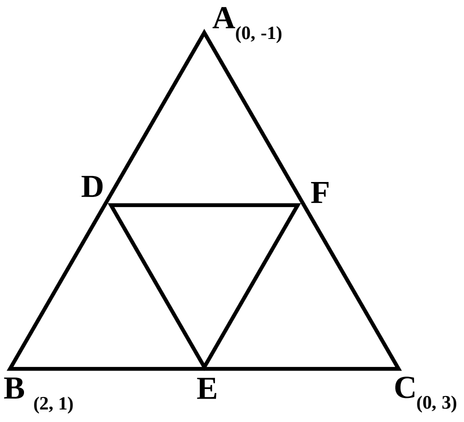
–7K = –2   14K = 4

$$K = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7} \qquad K = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

∴ కావలసిన నిష్పత్తి = 2 : 7.

3. బిందువులు (0, –1), (2, 1) మరియు (0, 3) లు శీర్షాలుగా కల్గిన త్రిభుజ వైశాల్యము, మరియు దాని భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపగా ఏర్పడిన త్రిభుజ వైశాల్యాల నిష్పత్తిని కనుగొనండి? (సమస్యా సాధన).

Sol.



ΔABC యొక్క శీర్షాలు A(0, –1), B(2, 1), C(0, 3) అనుకొనుము.

D, E, F లు వరుసగా AB, BC, AC ల మధ్య బిందువులు అనుకొనుము.

మధ్యబిందువు $(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$D = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{-1+1}{2}\right) = (1, 0)$

$$E = \left(\frac{2+0}{2},\ \frac{1+3}{2}\right) = (1,\ 2)$$

$$F = \left(\frac{0+0}{2},\ \frac{-1+3}{2}\right) = (0, 1)$$

త్రిభుజ వైశాల్యము $\Delta = \frac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_1)\right|$

ΔABC వై $= \frac{1}{2}\left|0(1-3) + 2(3+1) + 0(-1-1)\right|$

= 4 చ.యూ.

ΔDEF వై $= \frac{1}{2}\left|1(2-1) + 1(1-0) + 0(0-2)\right|$

= 1 చ.యూ.

∴ త్రిభుజ వైశాల్యాల నిష్పత్తి = $\Delta ABC : \Delta DEF$

= 4 : 1.

4. బిందువులు (8, –5), (–2, 7) మరియు (5, 1) లచే ఏర్పడు త్రిభుజ వైశాల్యాన్ని హెరాన్ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి. (సమస్యా సాధన)

Sol. ఇచ్చిన త్రిభుజ శీర్షాలు A (8, –5), B (–2, 7), C(5, 1) అనుకొనుము.

రెండు బిందువుల మధ్య దూరము $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(-2-3)^2 + (7+5)^2}$

$= \sqrt{100+144} = \sqrt{244} = 15.62$

$BC = \sqrt{(5+2)^2 + (1-7)^2}$

$= \sqrt{49+36} = \sqrt{85} = 10.63$

$AC = \sqrt{(5-8)^2 + (1+5)^2}$

$= \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 6.7$

$S = \dfrac{AB+BC+AC}{2}$

$= \dfrac{15.62+10.63+6.7}{2}$

$= \dfrac{32.95}{2} = 16.475$

$= \sqrt{16.475(16.475-15.62)(16.475-10.63)(15.475-6.7)}$

$= \dfrac{1}{2}\left|-6+30-8\right|$

$\therefore$ త్రిభుజ వైశాల్యము $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{16.475 \times 0.855 \times 5.845 \times 9.775}$

$= \sqrt{804.809}$

= 28.37 చ.యూ.

5. (3, –5), (5, –1), (2, 1), (–3, –2) లు శీర్షాలుగా ఏర్పడే చతుర్భుజి వైశాల్యము ఎంత? (స.సా.)

Sol. దత్త చతుర్భుజి శీర్షాలు : A(3, –5), B(5, –1), C(2, 1), D(–3, –2) అ.కొ.

ΔABC వైశాల్యము :

$= \dfrac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_2) + x_3(y_2 - y_1)\right|$

$= \dfrac{1}{2}\left|3(-1-1) + 5(1+5) + 2(-5+1)\right|$

= 8 చ.యూ.

ΔACD వైశాల్యము $= \frac{1}{2}\left|3(1+2)+2(-2+5)-3(-5-1)\right|$

$= \frac{1}{2} \times 33$ = 16.5 చ.యూ.

$\therefore$ చతుర్భుజము ABCD వైశాల్యము = ΔABC వై. + ΔACD వై.

= 8 + 16.5

= 24.5 చ.యూ.

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు

1. ఒక వృత్తము యొక్క కేంద్రము మూలబిందువు. వ్యాసము యొక్క ఒక చివరి నిరూపకములు (−3, 4) అయిన రెండవ చివరి నిరూపకములు.

   A) (4, –3) B) (3, 4) C) (3, –4) D) (–4, –3) ( )

2. 3x – 4y + 12 = 0 అను రేఖవాలు. [illegible] $16+18$ ( )

   A) B) C) 4 D)

3. A(0, 0), B(0, 3), C(4, 0) శీర్షములలో ఏర్పడు త్రిభుజ వైశాల్యము. (చ.ప్రమా) ( )

   A) 12 B) 5 C) 6 D) 7

4. (5, 7), (–1, 3) బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాన్ని y - అక్షము విభజించే నిష్పత్తి. ( )

   A) 5 : 1 B) 3 : 1 C) 2 : 1 D) 4 : 3

5. ABCD సమాంతర చతుర్భుజ శీర్షాలు వరుసగా (2, 3) (3, 4) (6, 9) (5, 8) అయిన దాని కర్ణముల ఖండన బిందువు.

   A) B) (4, 6) C) D) ( )

6. ఒక రేఖాఖండము చివరి బిందువు (5, 3), దాని మధ్యబిందువు (2, −1) అయిన రేఖాఖండపు మరొక చివరి బిందువు.

   A) (7, 2) B) (3, 4) C) (–1, –5) D) (3, 2) ( )

7. (–4, a), (2, 8) లను కలిపే రేఖాఖండ మధ్యబిందువు (–1, 5) అయితే 'a' విలువ. ( )

   A) 4 B) 3 C) 2 D) 1

8. (2, 1) మరియు (4, 5) ల నుండి సమాన దూరములో y - అక్షముపై నుండు బిందువు. ( )

   A) (0, 9) B) (0, 2) C) (0, 9/2) D) (0, 1)

9. ఒక త్రిభుజము యొక్క రెండు శీర్షములు (–4, 6), (2, –2) దాని గురుత్వ కేంద్రము (G), (0, 3) అయిన దాని మూడవ శీర్షము.

A) (4, –6) B) (–2, 2) C) (–2, 5) D) (2, 5) ( )

10. (2, 3), (6, 5) బిందువులను కలుపు రేఖను త్రిథాకరించు ఒక బిందువు. ( )

A) B) C) D) (10, 11)

II. ఈక్రింది ఖాళీలను సరియైన సమాధానములలో పూరించండి :

11. A(–2, 3), B(1, 2), C(7, 0) AB + BC = ...

12. (1, 2), (–3, 4), (7, –K) సరేఖీయాలు అయిన, K = ...

13. ax + by + c = 0 అనే రేఖ వాలు ....

14. (2, 3), (7, 8) లను కలుపు రేఖాఖండాన్ని (4, 5) బిందువు విభజించే నిష్పత్తి ....

15. (2, k), (4, 3) ల మధ్య దూరము 8 అయిన k విలువ............

16. (0, 0) కేంద్రముగా గల ఒక వృత్త వ్యాసము ఒక చివర నిరూపకాలు (4, 5), అయిన రెండవ చివర నిరూపకాలు ....

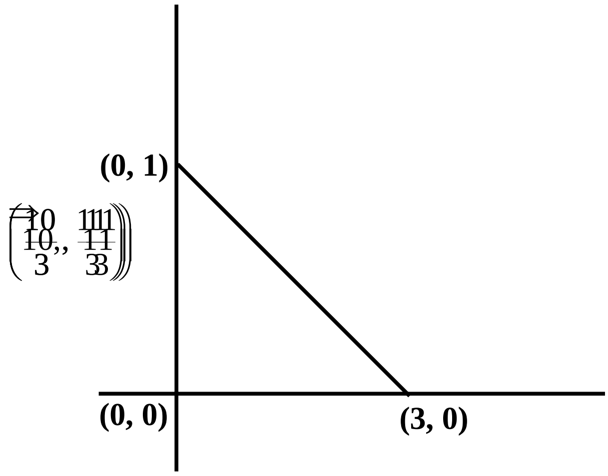
17. ఈ క్రింది పటములోని వాలు ....

1) 2

2) –1/3

3) 1/2

4) –2



18. ఒక త్రిభుజపు రెండు శీర్షాలు మరియు కేంద్రాభాసము వరుసగా (6,4) (3,2) మరియు (5,0) మూడో శీర్షము ....

19. A(p, 2), B(–3, 4), C(7, –1) లు ఒకే సరళరేఖపై వుండిన p ....

20. నిరూపక రేఖా గణిత పితామహుడు ....

21. గ్రాఫులో మొదటి పాదాన్ని సమద్విఖండన చేయు రేఖా సమీకరణము ....

22. x = 0, y = 0, x+y = 6 భుజములుగా గల త్రిభుజ గురుత్వ కేంద్రం ....

23. 2x + 3y = 9 అను సరళరేఖ y - అక్షమును ఖండించు బిందువు ....

24. x = 3, y = –2 అను సరళరేఖల ఖండన బిందువు ....

25. (3, 6), (12, –3) బిందువులను కలుపు రేఖను x - అక్షము విభజించు నిష్పత్తి ....

26. (–4, 4), (–2, 2), (6, 12) శీర్షములుగా గల త్రిభుజ గురుత్వ కేంద్ర నిరూపకములు ....

27. a ఋణాత్మక పూర్ణసంఖ్య అయిన (a, –a) అను బిందువు ఉండు పాదము ....

28. x - అక్షము నుండి (−4, 3) బిందువుకు గల దూరము ....

29. మూల బిందువు కేంద్రముగా గల వృత్తం నుండి వృత్తంపై గల (2, 3) బిందువుకు గల దూరం ....

30. x, y అక్షాల మధ్య కోణం ....

31. (5, –1), (0, 8) బిందువులతో ఏర్పడు రేఖ వాలు ....

32. x - అక్షం వాలు ....

33. y - అక్షం వాలు ....

34. $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ బిందువుల మధ్య బిందువు నిరూపకాలు ....

III. జతపరచుము :

1.1.	(0, 2), (4, 0) బిందువుల గుండాపోయే సరళరేఖ యొక్క వాలు	[ ]	A) 4
2.	(0, 0) (3, 0) (0, 3) శీర్షములతో ఏర్పడు త్రిభుజ వైశాల్యం	[ ]	B) (0, –c/b)
3.	(5, 2) (3, k) అను బిందువుల మధ్య దూరము యూ. అయిన K విలువ లేక విలువలు	[ ]	C) –1/2
4.	ax+by+c = 0 అను రేఖ y- అక్షాన్ని ఖండించు బిందువు	[ ]	D) (–c/m, 0)
5.	y = mx + c సరళరేఖ x- అక్షాన్ని ఖండించు బిందువు	[ ]	E) 1/2
			F) 0 or 4
			G) 9/2
			H) (–c/b, 0)
2.1.	ఒక వృత్త కేంద్రము ఆదిబిందువు. దాని వ్యాసార్ధము 3 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{15}$ అయిన (2, 3) అను బిందువు ఉనికి.	[ ]	L) (0, 2)
2.	(–1, 4), (2, –2) లను కలిపెడి సరళరేఖ యొక్క మధ్య బిందువు నిరూపకములు	[ ]	M) వృత్తమునకు వెలుపల ఉండును
3.	x – 2y = 4, x + y = –2 రేఖల ఖండన బిందువు	[ ]	N) చతురస్రము
4.	(0, 0) (1, 0) (1, 1) (0, 1) శీర్షములతో ఏర్పడు చతుర్భుజము	[ ]	O) 45^0
5.	x + y = 0 రేఖ x-అక్షముతో చేయు కోణము	[ ]	P) వృత్తము లోపల ఉండును
			Q)
			R) 135^0
			S) (0, –2)

జవాబులు

11.	12. 1	13. –a/b	14. 2 : 3
15.	16. (–4, –5)	17. –1/3	18. (6, –6)

19.	1	20. Renedecarte	21. y = x	22. (2, 2)
23.	(0, 3)	24. (3, –2)	25. 2 : 1	26. (0, 6)
27.	Q_2	28. 3	29. $\sqrt{13}$	30. 90^0
31.		32. 0	33. undefined	34.

I.	1) C	2) A	3) C	4) A	5) B
	6) C	7) C	8) C	9) D	10) A
III.1.	1) C	2) G	3) F	4) B	5) D
2.	1) M	2) Q	3) S	4) N	5) R

....

$$\left(\frac{-9}{5}\right) \quad \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{x_2+y_2}{2}\right)$$

S.S.C. X CLASS

MODEL PAPER - I

MATHEMATICS (E.M.), PAPER - I

Time : $2^1/_2$ Hrs.] **PARTS - A & B** **Max. Marks : 50**

Instructions :

1. **Answer the questions under Part - A on a separate answer book.**
2. **Write the answers to the questions under Part - B on the Questions Paper itself and attach it to the answer book of Part - A.**

Time : 2 Hrs.] **PARTS - A** **Marks : 35**

SECTION - I (Marks : 5 x 2 = 10)

సూచనలు : 1) ఈక్రిందనున్న A మరియు B గ్రూపులలో ఒక్కోదాని నుండి కనీసం రెండు ప్రశ్నల చొప్పున మొత్తం ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

Group - A

(వాస్తవ సంఖ్యలు, సమితులు, బహుపదులు, వర్గసమీకరణాలు)

1. 3825 సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దాన్ని కనుగొనండి.
2. A = {x : x అనునది 10 గుణిజము}, B = {10, 15, 20, 25, 30.....} అయిన A = B అవుతుందో లేదో తెలపండి.
3. $Kx^2 - 3x + 1$ బహుపది శూన్యాల మొత్తం ‘1’ అయిన 'K' విలువను కనుగొనండి ?
4. $2x^2 + x - 6 = 0$ వర్గసమీకరణం యొక్క మూలాలు కనుగొనండి.

Group - B

(రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత, శ్రేఢులు, నిరూపక జ్యామితి)

5. పదవ తరగతి చదివే 10 మంది విద్యార్థులు ఒక గణిత క్విజ్‌లో పాల్గొన్నారు. దానిలో పాల్గొన్న బాలికల సంఖ్య, బాలుర సంఖ్యకన్నా 4 ఎక్కువ. అయిన క్విజ్‌లో పాల్గొన్న బాలబాలికలను సూచించు రేఖీయ సమీకరణాలు వ్రాయుము.
6. ఒక పాఠశాలలో విద్యావిషయక సంబంధిత విషయాలలో అత్యున్నత ప్రతిభ కనపరిచిన వారికి మొత్తము 700 రూ॥లకు 7 బహుమతులు ఇవ్వాలని భావించారు. ప్రతి బహుమతి విలువ దాని ముందున్న దానికి 20 రూ॥ తక్కువ అయిన ప్రతి బహుమతి విలువను కనుగొనుము.
7. బిందువులు P (2, –3) మరియు Q (10, y) ల మధ్య దూరము 10 యూ. అయిన y విలువ ఎంత?
8. (1, –1), (2, 3), (2, 0) బిందువులు సరేఖీయాలు అవుతాయా? కాదా? సరిచూడండి.

SECTION - II

సూచనలు : 1) ఈ క్రింది ఆరు ప్రశ్నలలో ఏవైనా నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు 1 మార్కు.

9. $3^5 = 243$ సంవర్గమాన రూపం రాయండి.

10. A = {1, 2, 3, 4}, B = {2, 4, 6, 8} అయిన A – B కనుగొనండి.

11. A = {1, 4, 9, 16, 25} సమితి నిర్మాణ రూపం వ్రాయండి.

12. $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$ అయిన P(O) కనుగొనుము.

13. 0.2, 0.22, 0.222, 0.2222............. అనే దశాంశ సంఖ్యలు ఒక అంకశ్రేఢిని ఏర్పరచుచున్నవా? అయినచో సామాన్య భేదము కనుగొనండి.

14. A (2, 1), B (2, 6) బిందువులతో ఏర్పడు రేఖాఖండము y - అక్షానికి సమాంతరంగా ఉంటుంది. ఈ వాక్యము సరైనదేనా? ఎందుకు? అయితే వాలు ఏవిధంగా ఉంటుంది?

SECTION - III (Marks : 4 x 4 = 16)

సూచనలు : 1) క్రిందనున్న Group - A మరియు Group - B లలో ఒక్కొక్క దానినుండి కనీసం 2 ప్రశ్నల చొప్పున మొత్తం 4 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

Group - A

(వాస్తవ సంఖ్యలు, సమితులు, బహుపదులు, వర్గసమీకరణాలు)

15. ఒక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.

16. A = {4, 5, 6}, B = {7, 8} అయిన (i) $A \cup B = B \cup A$, (ii) అని చూపండి.

17. ఘన బహుపది $P(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ యొక్క శూన్యాలు 3, −1 మరియు −1/3 అగునని చూపండి. బహుపది గుణకాలకు, శూన్యాలకు మధ్యగల సంబంధాన్ని సరిచూడండి.

18. [illegible] నకు మూలాలు [illegible] $= \frac{11}{30}, \quad (x \neq -4, 7)$

Group - B

(రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము, శ్రేఢులు, నిరూపక జ్యామితి)

19. $\frac{1}{3x+y} + \frac{1}{3x-y} = \frac{3}{4}$ మరియు $\frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = \frac{-1}{8}$ లను సాధించుము.

20. క్రింది సమీకరణాలను పోల్చి ఖాళీలను పూరించండి.

సమీకరణాలు	$\frac{a_1}{a_2}$			నిష్పత్తులు పోలిక	సూచించే గ్రాఫ్	బీజగణిత వివరణ
1. $5x - 2y + 4 = 0$ $10x - 4y + 8 = 0$	......				.....	అనంత సాధనలు
2. $x + 3y - 5 = 0$ $5x - 2y - 6 = 0$		....			ఖండన రేఖలు	....
3. $6x - 7y + 3 = 0$ $6x - 7y + 5 = 0$	....	$\frac{7}{7}$	......	....	......	సాధన లేదు

21. అప్పారావు 1995వ సం॥లో నెలకు రూ.5000 జీతంతో ఉద్యోగంలో చేరాడు. అతని జీతము సం॥నకు రూ.200 పెరిగిన అతని జీతము ఏ సం॥లో రూ.7000 అవుతుంది.

22. బిందువులు (–4, –2), (–3, –5), (3, –5) మరియు (2, 3) లు శీర్షాలుగా గల చతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.

SECTION - IV

(బహుపదులు, రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము)

23. $P(x) = x^2 - 3x - 4$ బహుపదికి తగిన రేఖాచిత్రం గీచి, శూన్యాలను కనుగొనండి. ఫలితాన్ని సమర్థించండి.

24. క్రింద ఇచ్చిన సమీకరణాల జతను గ్రాఫ్‌ను ఉపయోగించి సాధించుము.

$5x + 7y = 50$ మరియు $7x + 5y = 46$.

PART - B

Time : 30 min **Marks : 15**

Note : 1. Each question carries 1/2 mark.

2. Answers are to be written in the question paper only.

3. All questions are to be answered.

4. Marks willnot be given for over written, re-written or erased answers.

I. బహులైచ్ఛిక ప్రశ్నలు.

1. 26, 169 సంఖ్యల గ.సా.భా 13 అయిన క.సా.గు.

A) 26 B) 52 C) 338 D) 368 ( )

2. $P(x) = 7x^2 - 3x^2 + 1$ అయిన x^0 యొక్క గుణకము .$\frac{1}{8}$...... ( )

A) 0 B) 1 C) –3 D) 7

3. $L_1 = 2x + 2y - 8 = 0$ మరియు $L_2 = x + y - 4 = 0$ లు ఏకీభవించే రేఖలు మరియు $L_1 = KL_2$గా రాస్తే K విలువ .... ( )

A) B) 2 C) 1 D) 1/2

4. క్రింది వానిలో అంకశ్రేఢి యొక్క ఏది సత్యము. ( )

A) $a_n = S_n + S_{n-1}$ B) $a_n = a + (n-1)d$ C) $S_n = n[2a+(n-1)d]$ D) All the above

5. ప్రక్క పటం నుండి x = ... సెం.మీ. ( )

A) 5 B) 7 C) 12 D) 25

6. అసంగత రేఖీయ సమీకరణాల జత .... ( )

A) ఖండించుకుంటాయి B) సమాంతరంగా ఉంటాయి

C) ఏకీభవించుకుంటాయి D) ఏదీకాదు

7. x - అక్షం వాలు .... ( )

A) 0 B) –1 C) +1 D) నిర్వచింపబడదు

8. (0, 0), (a, 0), (o, b) లు సరేఖీయాలైన ( )

A) ab = 0 B) a = b C) a = –b D) ఏవీకావు

9. (–2, 8), (6, –4) లు ఒక వ్యాసపు రెండు చివరలైన ఆ వృత్త కేంద్రం ……. ( )
A) (3, 6) B) (4, 2) C) (2, 2) D) (–3, 2)

10. y - అక్షం నుండి (−8, −7) బిందువుకు గల దూరము ……… ( )
A) 8 B) –7 C) –8 D) 7

ఖాళీలను పూరింపుము.

11. $n = 2^3 \times 3^4 \times 5^4 \times 7$ సంఖ్యలో గల సున్నాల సంఖ్య ……………
12. $b^2 - 4ac < 0$ అయితే $ax^2 + bx + c$ మూలములు ……………..
13. రేఖీయ బహుపది యొక్క పరిమాణము ………….
14. x + y = 14, x – y = 4 రేఖీయ సమీకరణాల జతకు సాధన ....
15. (2x + 3) (x – 1) = 0 అయిన x = ... లేదా ....
16. x, (x+2), (x+6) లు గుణశ్రేఢిలో మూడు సాధన వరుస పదాలైతే x = ...
17. (2, 8) మరియు (2, K) బిందువుల మధ్యదూరము '3' అయిన K = ...
18. గురుత్వ కేంద్రము, ప్రతి మధ్యగతాన్ని ……………… నిష్పత్తిలో విభజించును.
19. (a cosθ, 0), (0, a sinq) బిందువుల మధ్య దూరము …………….
20. (–2, 8) ……………. పాదానికి చెందును.

III. జతపరచండి. **10 x $^1/_2$ = 5**

i. Group - A **Group - B**

21. If $\log_{10} 0.0001 = x$ అయితే x = ... [ ] A) $\log_a xy$
22. [ ] B) 10
23. $\log_a x + \log_a y$ = ... [ ] C) $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n$
24. $\log_{2015} 2015$ [ ] D) ఆవర్తనమయ్యే దశాంశం

$\log_{\sqrt{2}} 32 =$ …… 1/2 …… 2

25. అనునది .... [ ] E) –4

F) 2015
G) $\log_a (x + y)$
H) అంతమయ్యే దశాంశం

ii. Group - A **Group - B**

26. ఘన బహుపది [ ] A) $a^2 - 4bc$
27. వేగము = …………. [ ] B)
28. $bx^2 + ax + c = 0$ విచక్షిణి ……… [ ] C)
29. is .... [ ] D) $ax^3 + bx^2 + cx + d$
30. $P(x) = 2^{-x}$ అయితే P(1) = ... [ ] E) $b^2 - 4ac$

F) n వ పరిమాణ బహుపది
G) దూరం / కాలం
H) దూరం × కాలం

S.S.C. X CLASS

MODEL PAPER - II

MATHEMATICS (E.M.), PAPER - I

Time : $2^1/_2$ Hrs.] **PARTS - A & B** **Max. Marks : 50**

Instructions :

1. **Answer the questions under Part - A on a separate answer book.**
2. **Write the answers to the questions under Part - B on the Questions Paper itself and attach it to the answer book of Part - A.**

Time : 2 Hrs.] **PARTS - A** **Marks : 35**

SECTION - I (Marks : 5 x 2 = 10)

సూచనలు : 1) ఈక్రిందనున్న A మరియు B గ్రూపులలో ఒక్కోదాని నుండి కనీసం రెండు ప్రశ్నల చొప్పున మొత్తం ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

Group - A

(వాస్తవ సంఖ్యలు, సమితులు, బహుపదులు, వర్గసమీకరణాలు)

1. భాగాహారం చేయకుండానే అంతమయ్యే దశాంశమో, ఆవర్తనమయ్యే దశాంశమో కనుగొనండి.
2. A = {2, 3, 4, 5} అయితే , A లు సమానమా? $\frac{16}{25}$ $A \cup \phi$ మీ సమాధానాన్ని సమర్ధించండి.
3. $2x^2 + 3x + \lambda$ అనే బహుపది యొక్క శూన్యము 1/2 అయితే λ మరియు మరొక శూన్యాన్ని కనుగొనండి.
4. రెండు సంఖ్యల మొత్తము 27మరియు లబ్దము 182 ఐన ఆ సంఖ్యలను కనుగొనండి.

Group - B

(రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత, శ్రేఢులు, నిరూపక జ్యామితి)

5. రెండు సంపూరక కోణాలలో పెద్ద కోణం, చిన్న కోణం కన్నా 25^0ల ఎక్కువ. అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనుటకు అవసరమైన సమీకరణాలను వ్రాయుము.
6. 21, 18, 15,...... అంకశ్రేఢిలో ఎన్నవ పదము '–81' అవుతుంది? ఏదైనా ఒక పదము '0' అవుతుందా? నీ సమాధానమునకు కారణాలిమ్ము.
7. AB వ్యాసంగా గల వృత్తం యొక్క కేంద్రము (2, –3) మరియు వృత్తంపైనున్న ఒక బిందువు B (1, 4) అయిన 'A' బిందువు యొక్క నిరూపకాలు కనుగొనండి.
8. A(5, 2) B (4, 7) and C (7, –4).

SECTION - II

సూచనలు : 1) ఈ క్రింది ఆరు ప్రశ్నలలో ఏవైనా నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు 1 మార్కు.

9. log 100 ను విస్తరించండి.

10. A = {1, 3, 5, 7}, B = {1, 2, 3, 4} అయిన కనుగొనండి.

11. శూన్యసమితికి ఉదాహరణ ఇవ్వండి.

12. –2 మరియు +3 లు శూన్యాలుగాగల వర్గబహుపదిని కనుగొనండి.

13. 7చే భాగించబడే మూడంకెల సంఖ్యలు ఎన్నిగలవు?

14. (–4, 0), (2, 0), (6, 0), (–8, 0) బిందువుల నిరూపకతలంలో ఏ పాదాలలో వుంటాయి.

SECTION - III (Marks : 4 x 4 = 16)

సూచనలు : 1) ఈ క్రిందనున్న Group - A మరియు Group - B లలో ఒక్కొక్క దానినుండి కనీసం 2 ప్రశ్నల చొప్పున మొత్తం 4 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

Group - A

(వాస్తవ సంఖ్యలు, సమితులు, బహుపదులు, వర్గసమీకరణాలు)

15. అని నిరూపించండి.

16. A = {2, 4, 6, 8, 10} మరియు B = {3,6, 9, 12, 15} ఐన $A \cup B$, $A \cap B$, A – B మరియు B – A లను కనుగొనుము.

17. $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ అను బహుపదికి రెండు శూన్యాలు అయిన మిగిలిన రెండు శూన్యాలను కనుగొనండి.

18. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} = 3 \quad (x \neq 0, Z)$ సమీకరణము యొక్క మూలాలు కనుగొనండి.

A B $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ $\sqrt{\frac{5}{3}}$ and $-\sqrt{\frac{5}{3}}$

Group - B

(రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము, శ్రేఢులు, నిరూపక జ్యామితి)

19. ఈక్రింది సమీకరణాలను సాధించండి.

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$ and $\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = 2$.

20. ఈక్రింది సమీకరణాల జత సంగతమో, అసంగతమో నిర్ణయించండి.
i) x + 5y – 4 = 0, 2x + 10y – 8 = 0
ii) 4x – y + 5 = 0, 12x – 3y – 7 = 0

21. రు.1000లకు సంవత్సరానికి 8% బారువడ్డీ ప్రకారము ప్రతి సంవత్సరానికి అయ్యే వడ్డీని కనుగొనుము. ఈ వడ్డీల జాబితా ఒక అంకశ్రేఢి అవుతుందా? ఒకవేళ అయితే 30వ సంవత్సరాంతమున అయ్యే వడ్డీని కనుగొనుము?

22. బిందువులు (1, 2) (4, y) (x, 6) మరియు (3, 5) లు వరుసగా ఒక సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క శీర్షాలయిన x, y ల విలువలు కనుగొనండి.

SECTION - IV (1 x 5 = 5)

(బహుపదులు, రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము)

సూచనలు : 1) క్రింది వానిలో ఏదో ఒక ప్రశ్నకు సమాధానము వ్రాయండి.

2) ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

23. $y = x^2 - x - 6$ యొక్క రేఖాచిత్రమును గీచి, శూన్యాలు కనుగొనండి. ఫలితాన్ని సమర్థించండి.

24. రేఖాచిత్రము ద్వారా క్రింది సమీకరణాలను సాధించండి.

$x + 2y = -1$ మరియు $2x - 3y = 12$.

PART - B

Time : 30 min **Marks : 15**

సూచనలు : 1) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ప్రతి ప్రశ్నకు 1/2 మార్కు

3) సమాధానములను ప్రశ్నాపత్రములోనే వ్రాయుము.

4) కొట్టేసి వ్రాయబడిన, దిద్దబడిన లేదా చెరిపివేసి వ్రాయబడిన సమాధానములకు మార్కులుఇవ్వబడవు.

5) బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలసమాధానములు వ్రాయుటకు ఆంగ్ల పెద్ద అక్షరములను ఉపయోగించుము.

I. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు. **$10 \times 1/2 = 5$**

1. ఒక .... ( )

A) పూర్ణ సంఖ్య B) అకరణీయ సంఖ్య C) కరణీయ సంఖ్య D) ఏదీకాదు

2. లు శూన్యాలుగాగల వర్గబహుపది. ( )

A) $4x^2 + 3x - 1$ B) $x^2 - 3x - 1$ C) $4x^2 - 3x + 1$ D) $x^2 + 2x + 1$

3. మరియు జతకు సంబంధించి క్రింది వానిలో అసత్య వాక్యం. ( )

A) సంగత సమీకరణాలు B) $x = 0, y = 0$ C) సమాంతర రేఖలు D) సాధన ఏకైకము

4. ఒక అంకశ్రేఢిలో 'n' పదాల మొత్తము $\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ అయిన d సూచించునది. ( )

A) మొదటి పదము B) సామాన్య భేదము C) సామాన్య నిష్పత్తి D) వ్యాసము

5. $\frac{x}{a-b} = \frac{a}{x-b}$, అయిన x = ... ( )

A) a – b లేదా a^2 B) b – a లేదా a C) a – b లేదా a/3 D) b + a లేదా a/2

6. y - అక్షాన్ని (0, −4) వద్ద ఖండించు రేఖా సమీకరణము .... ( )

A) $x - 4 = 0$ B) x + 4 - 0 C) $y + 4 = 0$ D) $y - 4 = 0$

7. $3x - 4y + 12 = 0$ అను రేఖ వాలు .... ( )

A) B) C) 4 D)

8. $ax - by - c = 0$ అను రేఖ y - అక్షమును ఖండించే బిందువు ( )

A) B) C) D) (0, –C)

9. $y = 2x - 3$; $y = 2x - 4$ రేఖలు ( )

A) లంబములు B) ఖండించుకొనును

C) సమాంతర రేఖలు D) ఒకే ఒక సరళరేఖను సూచించును

10. అను సరళరేఖ x - అక్షముతో ధన దిశలో చేయు కోణము ( )

A) 45^0 B) 60^0 C) 90^0 D) 30^0

II. ఖాళీలను పూరింపుము.

11. దశాంశ రూపం ....

12. అయిన n(B) = ...

13. $p(x) = x^2 - x - 2$ అనేది బహుపది అయితే p(1) + p(0) = ...

14. పరస్పర ఆధారిత సమీకరణాల జతకు .... సాధనలు వుంటాయి.

15. (2x – 1) (x – 3) = (x + 5) (x – 1) లో ఇమిడియున్న వర్గ సమీకరణము ....

16. అనుక్రమము 4, 8, 16, 32 లోని పదాలు .... శ్రేఢిలో వున్నాయి.

17. మూలబిందువు నుండి (α, β) బిందువుకు గల దూరము ....

18. (8, 6) మరియు (0, 10) బిందువులతో ఏర్పడు రేఖాఖండాన్ని (4, 8) బిందువు విభజించు నిష్పత్తి ....

19. AOBC దీర్ఘచతురస్ర శీర్షాలు A(4, 0), B(4, 3), C(0, 3), O(0, 0) అయిన దీర్ఘ చతురస్ర కర్ణము పొడవు .... యూ.

20. 'a' ఋణాత్మక పూర్ణ సంఖ్య అయిన (a, –a) అను బిందువు ఉండు పాదము ....

III. జతపరచండి. **$10 \times {}^1/_2 = 5$**

i. Group - A **Group - B**

$A \cap B = \phi$, $n(A \cup B) = 7$, $n(A) = 7$ $\sqrt{3}x - y + 5 = 0$ $\log_3 \frac{1}{27} = y$ $\frac{1}{40}$ $\sqrt{5}$

21. $\log_7 1$ విలువ [ ] A) 0.01

22. $10^{-3} = 0.001$ సంవర్గమానరూపం [ ] B) 3 log 2

23. log 16 – log 2 = ... [ ] C) –3

24. అయిన y = ... [ ] D) 0

25. అనునది [ ] E) ఆవర్తనమయ్యే దశాంశం

F) $\log_{10} 0.001 = -3$

G) $\log_{10} 0.01 = -3$

H) అంతమయ్యే దశాంశం

ii. Group - A **Group - B**

26. p(x) యొక్క తరగతి [ ] A) వర్గబహుపది అగును

27. P(x) లోని గుణకాల మొత్తం [ ] B) 2

28. శూన్యాల మొత్తం [ ] C) రేఖీయ బహుపది అగును

29. శూన్యాల లబ్ధము [ ] D) 3

30. x^3 యొక్క గుణకము సున్న అయితే, అది [ ] E) –4

F) –2

G) 4

S.S.C. X CLASS

MODEL PAPER - III

MATHEMATICS (E.M.), PAPER - I

Time : $2^1/_2$ Hrs.] **PARTS - A & B** **Max. Marks : 50**

Instructions :

1. **Answer the questions under Part - A on a separate answer book.**
2. **Write the answers to the questions under Part - B on the Questions Paper itself and attach it to the answer book of Part - A.**

Time : 2 Hrs.] **PARTS - A** **Marks : 35**

SECTION - I (Marks : 5 x 2 = 10)

సూచనలు : 1) ఈక్రిందనున్న A మరియు B గ్రూపులలో ఒక్కోదాని నుండి కనీసం రెండు ప్రశ్నల చొప్పున మొత్తం ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

Group - A

(వాస్తవ సంఖ్యలు, సమితులు, బహుపదులు, వర్గసమీకరణాలు)

1. 76 మరియు 108 సంఖ్యల క.సా.గు. మరియు గ.సా.కాలను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ద పద్ధతిలో కనుగొనండి.
2. A = {చతుర్భుజాలు}, B = {చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం, ట్రెపీజియం, రాంబస్} అయిన $A \subset B$ or $B \subseteq A$ అవుతుందేమో పేర్కొనండి. నీ సమాధానాన్ని సమర్థించండి.
3. $p(x) = x^3 - 1$ అయిన $p(1), p(-1), p(0), p(2)$ విలువలు కనుక్కోండి.
4. $2x^2 + kx + 3 = 0$ అను వర్గసమీకరణానికి సాధనలు సమానము అయిన K విలువ కనుగొనుము.

Group - B

(రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత, శ్రేఢులు, నిరూపక జ్యామితి)

5. రెండు పూరక కోణాలలో ఒకటి రెండవ దానికన్నా 20^0 ఎక్కువ అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనుటకు సమీకరణ వ్యవస్థను వ్రాయుము.
6. బ్యాక్టీరియాల్లో ఒక రకము ప్రతి గంటకు దాని సంఖ్య రెట్టింపు అగును. ఒక తెగలో 30 బ్యాక్టీరియాలు ఉన్న, రెండవ గంట చివర, 4వ గంట చివర, n వ గంట చివర బ్యాక్టీరియాల సంఖ్యలను తెలపండి.
7. బిందువులు $(-1, 7)$ మరియు $(4, -3)$ లచే ఏర్పడు రేఖా ఖండమును 2 : 3 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందు నిరూపకాలను కనుగొనండి.
8. (1, 5), (5, 8) మరియు (13, 14) బిందువులతో త్రిభుజమును గీయగలమా? కారణాల తెల్పండి.

SECTION - II

సూచనలు : 1) ఈ క్రింది ఆరు ప్రశ్నలలో ఏవైనా నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు 1 మార్కు.

9. $2 \log 3 - 3 \log 2$ ను ఒకే సంవర్గమానంగా రాయండి.
10. A = {x, y, z, p, q} అయిన A సమితి యొక్క కార్డినల్ సంఖ్య కనుగొనండి.

11. వియుక్త సమితులకు రెండు ఉదాహరణలివ్వండి.

12. $p(x) = 4x^3 + 8x^2 - 6x - 2$ యొక్క శూన్య విలువలు α, β, γ లు అయిన $\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma$ విలువను కనుగొనుము.

13. 550, 605, 665.5,......... జాబితా గుణశ్రేఢి అవుతుందా? అయినచో సామాన్య నిష్పత్తి కనుగొనండి.

14. బిందువులు A (3, 2), B (–8, 2) లు $\overleftrightarrow{AB}$ రేఖపై ఉన్నచో ఆ రేఖ వాలును కనుగొనండి. రేఖ ఎప్పుడు x-అక్షమునకు సమాంతరంగా ఉంటుంది? ఎందుకు?

SECTION - III (Marks : 4 x 4 = 16)

సూచనలు : 1) క్రిందనున్న Group - A మరియు Group - B లలో ఒక్కొక్క దానినుండి కనీసం 2 ప్రశ్నల చొప్పున మొత్తం 4 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

Group - A

(వాస్తవ సంఖ్యలు, సమితులు, బహుపదులు, వర్గసమీకరణాలు)

15. కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.

16. A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21}, B = {4, 8, 12, 16, 20}, C = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16}, D = {5, 10, 15, 20} అయిన A – B, B – A, B – D, C – A లను కనుగొనండి.

17. $x^3 - 3x^2 + x + 2$ అను బహుపదిని మరొక బహుపది $g(x)$ తో భాగించిన వచ్చు భాగ ఫలం మరియు శేషాలు వరుసగా $x - 2$ మరియు $-2x + 4$ అయిన $g(x)$ ను కనుగొనుము.

18. సాధించండి : $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x-3}{x-4} = \frac{10}{3}$ $(x \neq -2, 4)$.

Group - B

(రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము, శ్రేఢులు, నిరూపక జ్యామితి)

19. $x + \frac{6}{y} = 6$ and $3x - \frac{8}{y} = 5$ లను చరరాశి తొలగించు పద్ధతి ద్వారా సాధించుము.

20. క్రింది సమీకరణాల జత సంగతమో, అసంగతమో సరిచూచి సాధించుము.

$2x - 5y + 6 = 0$ మరియు $4x + 2y - 12 = 0$.

21. ఒక నిచ్చెనకు 25 మెట్లు కలవు. మెట్ల యొక్క పొడవు క్రింది నుండి పైకి ఏకరీతిగా తగ్గుతూ వుంది. క్రంది నుండి మొదటి మెట్టు పొడవు 45 సెం.మీ. పై నుండి మొదటి మెట్టు పొడవు 25 సెం.మీ. ఈ రెండింటి మధ్య దూరం $2\frac{1}{2}$ మీ. అయిన అన్ని మెట్ల తయారీకి కావలసిన చెక్క పొడవు ఎంత?

22. బిందువులు (0, –1), (2, 1) మరియు (0, 3) శీర్షాలు కలిగిన త్రిభుజ వైశాల్యము, మరియు దాని భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపగా ఏర్పడిన త్రిభుజన వైశాల్యాల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

SECTION - IV

(బహుపదులు, రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము)

సూచనలు : 1) క్రింది వానిలో ఏదో ఒక ప్రశ్నకు సమాధానము వ్రాయండి.

2) ఒకదానికి 5 మార్కులు.

23. $y = 6 - x - x^2$ వక్రమును గీచి శూన్య విలువలను వ్రాయుము. నీవేమి గమనించితివి?

24. గ్రాఫ్ పద్ధతి ద్వారా క్రింది సమీకరణాలను సాధించుము. $x + 3y = -4$ మరియు $2x - y = 6$.

PART - B

Time : 30 min **Marks : 15**

సూచనలు : 1) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ప్రతి ప్రశ్నకు 1/2 మార్కు

3) సమాధానములను ప్రశ్నాపత్రములోనే వ్రాయుము.

4) కొట్టేసి వ్రాయబడిన, దిద్దబడిన లేదా చెరిపివేసి వ్రాయబడిన సమాధానములకు మార్కులుఇవ్వబడవు.

5) బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలసమాధానములు వ్రాయుటకు ఆంగ్ల పెద్ద అక్షరములను ఉపయోగించుము.

I. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు.

1. 144 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దంగా వ్రాస్తే అందులో 2 యొక్క ఘాతం .... ( )

   A) 4 B) 5 C) 6 D) 3

2. క్రిందివానిలో వేరువేరు సాధనలు గల వర్గ సమీకరణాన్ని సూచించు గ్రాఫు .... ( )

   A) B) C) D)

3. $kx + 2y - 5 = 0$ మరియు $6x + 4y + 6 = 0$ లు పరస్పరం ఏకీభవించుకుంటే ( )

   A) 12 B) 6 C) 5 D) 3

4. గుణశ్రేఢి సాధారణ రూపంలో $a.r^n$ ఎన్నవ పదము అవుతుంది? ( )

   A) $(n+2)^{th}$ B) $(n-1)^{th}$ C) $(n+1)^{th}$ D) n^{th}

5. ఒక ఘన బహుపదిలో x పదము లేకుండా ఉంటే .... ( )

   A) $\alpha + \beta + \gamma = 0$ B) $\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = 0$ C) $\alpha\beta\gamma = 0$ D) ఏదీకాదు

6. ప్రక్క పటంలో రేఖల ఖండన బిందువు .... ( )

   A) (–2, 0) B) (2, 0) C) (0, –2) D) (1, 2)

7. y - అక్షము వాలు .... ( )

   A) 1 B) –1 C) 0 D) నిర్వచింపబడదు

8. ఒక త్రిభుజం రెండు శీర్షాలు (3, 5), (–4, –5) మరియు గురుత్వ కేంద్రము (4, 3) అయిన త్రిభుజ 3వ శీర్షము.

   A) (13, 9) B) (–9, –13) C) (9, 13) D) (13, –9) ( )

9. x, y అక్షాల మధ్య కోణము .... ( )

   A) 0^0 B) 180^0 C) 360^0 D) 90^0

10. (–3, 0), (0, 5), (3, 0) లు .... త్రిభుజ శీర్షాలు. ( )

A) విషమ బాహు B) సమద్విబాహు C) సమబాహు D) లంబకోణ

II. ఖాళీలను పూరింపుము.

11. 0.4 ను p/q రూపంలో వ్రాస్తే ....

12. శూన్య సమితిలోని మూలకాల సంఖ్య ....

13. $ax^2 + bx + c = 0$ యొక్క మూలాలు కరణీయ సంఖ్యలగుటకు నియమము ....

14. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ మరియు $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ రేఖీయ సమీకరణాల జతకు ఒకే ఒక సాధన ఉన్నచో ....

15. $p(k) = 0$ అయిన k అను వాస్తవ సంఖ్య $p(x)$ కు .... అవుతుంది.

16. మొదటి 10 సహజ సంఖ్యల మొత్తము ....

17. (3, k) మరియు (4, 1) బిందువుల మధ్య దూరము మీ. అయిన K = ...

18. A, B, C లు సరేఖీయాలైన ΔABC వైశాల్యం ....

19. $P(x_1,y_1)$, $Q(x_2,y_2)$ బిందువుల మధ్య బిందువు నిరూపకాలు ....

20. (5, –1), (0, 8) బిందువులతో ఏర్పడు రేఖ వాలు ....

III. జతపరచండి. **$10 \times {}^1/_2 = 5$**

i. Group - A **Group - B**

21.	$\log_{10} 0.01$ విలువ	[ ]	A) log 30 – log 2
22.	$x^0 = 1$ సంవర్గమానరూపం	[log 729 = x √8x² + 7x − 1	B) 6
23.	log 3 + log 5 = ...	[ ]	C) అకరణీయ సంఖ్య
24.	అయిన x = ...	[ ]	D) –2
25.	ఒక	[ ]	E) $\log_1 x = 0$
			F) –3
			G) $\log_x 1 = 0$
			H) కరణీయ సంఖ్య

ii. Group - A **Group - B**

26.	$\alpha^2 + \beta^2$	[ ]	A) 2
27.	యొక్క పరిమాణం	[ ]	B) 0
28.	$P(x) = y^3 - 1$ శూన్య విలువల మొత్తం	[ ]	C) $ax^2 + bx + c = 0$
29.	వర్గసమీకరణ సాధారణ రూపం	[ ]	D) $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
30.	$\alpha + \beta = -1$, $\alpha\beta = 2$ గా గల వర్గసమీకరణం	[ ]	E) ax + b
			F) $x^2 + x + 2$
			G) $(\alpha - \beta)^2 + \alpha\beta$

S.S.C. X CLASS

MODEL PAPER - IV

MATHEMATICS (E.M.), PAPER - I

Time : $2^1/_2$ Hrs.] **PARTS - A & B** **Max. Marks : 50**

Instructions :

1. **Answer the questions under Part - A on a separate answer book.**
2. **Write the answers to the questions under Part - B on the Questions Paper itself and attach it to the answer book of Part - A.**

Time : 2 Hrs.] **PARTS - A** **Marks : 35**

SECTION - I (Marks : 5 x 2 = 10)

సూచనలు : 1) ఈక్రిందనున్న A మరియు B గ్రూపులలో ఒక్కోదాని నుండి కనీసం రెండు ప్రశ్నల చొప్పున మొత్తం ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

Group - A

(వాస్తవ సంఖ్యలు, సమితులు, బహుపదులు, వర్గసమీకరణాలు)

1. $\frac{23}{2^3 5^2}$ దశాంశ రూపంలో వ్రాయండి.
2. A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {2, 4, 5} అయితే A – B, B – A లు వియుక్త సమితులో, కాదో పరిశీలించండి.
3. $x^2 - 6x + 8 = 0$ యొక్క సాధనలు పొడవు, వెడల్పుగా గల దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కనుగొనుము.
4. $6x^2 - 2x + 5 = 0$ వర్గ సమీకరణం యొక్క విచక్షిణిని కనుగొని మూలాల స్వభావం వ్రాయండి.

Group - B

(రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత, శ్రేఢులు, నిరూపక జ్యామితి)

5. 5 పుస్తకాలు 8 కలముల వెల రూ. 115. అలాగే 6 పుస్తకాలు 5 కలముల వెల రూ. 115 అయిన ప్రతి పుస్తకం, కలము వెల కనుగొనుటకు ఉపకరించు సమీకరణాలను వ్రాయుము.
6. ఒక నర్సరీలో 17 గులాబీ మొక్కలు మొదటి వరుసలో, 14 మొక్కలు రెండవ వరుసలో, 11 మొక్కలు మూడవవరుసలో ఉన్నవి. అదే విధంగా చివరి వరుసలో 2 మొక్కలు ఉన్నవి. అయిన ఆ నర్సరీలో ఎన్ని వరుసలు ఉన్నవి.
7. బిందువులు (2, 3), (x, y), (3, –2) లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం మూల బిందువు అయిన (x, y) ని కనుగొనండి.
8. (3, 2), (–2, –3) మరియు (2, 3) బిందువులతో ఒక త్రిభుజం గీయగలమా? వివరించండి.

SECTION - II

సూచనలు : 1) ఈ క్రింది ఆరు ప్రశ్నలలో ఏవైనా నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు 1 మార్కు.

9. $\log_3 81$ విలువ కనుగొనండి.

10. A = {2, 4, 6, 8}, B = {2, 4, 8, 16} అయిన కనుగొనండి.

11. అపరిమిత సమితికి ఉదాహరణలివ్వండి.

12. $x^4 - 3x^3 - 5x^2 - 6x + 7$ ను $x - 1$ చే భాగించిన వచ్చు శేషం కనుగొనుము.

13. ఒక బావిని త్రవ్వడానికి మొదటి మీటరుకు రూ.150 వంతున, ఆపై ప్రతి మీటరుకు రూ.50 వంతున చెల్లించాలి. అయిన ప్రతి మీటరుకు చెల్లించవలసిన సొమ్ము ఈ సంఘటనలో ఏర్పడే సంఖ్యల జాబితా అంకశ్రేఢి అగునా? ఎందుకు?

14. ఒక రేఖా ఖండము యొక్క తొలి, చివరి బిందువులు వరుసగా (2, 3) (4, 5). ఆ రేఖా ఖండం వాలును కనుగొనండి.

SECTION - III (Marks : 4 x 4 = 16)

సూచనలు : 1) క్రిందనున్న Group - A మరియు Group - B లలో ఒక్కొక్క దానినుండి కనీసం 2 ప్రశ్నల చొప్పున మొత్తం 4 ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

Group - A

(వాస్తవ సంఖ్యలు, సమితులు, బహుపదులు, వర్గసమీకరణాలు)

15. అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.

16. A = {x : x ఒక సహజ సంఖ్య}, B = {x : x సరి సహజ సంఖ్య}, C ={x : x బేసి సహజ సంఖ్య}, D = {x : x ప్రధాన సంఖ్య} అయిన $A \cap B$, $B \cap C$, $B \cap D$, $C \cap D$ లను కనుగొనండి.

17. $2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$ కు $t^2 - 3$ ఒక కారణాంకం అవుతుందా? సరిచూడండి.

18. $x^2 + 7x - 6 = 0$ వర్గ సమీకరణాన్ని సంపూర్ణ వర్గంగా మార్చి సాధించుము.

Group - B

$$\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4$$

(రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము, శ్రేఢులు, నిరూపక జ్యామితి)

19. మరియు $\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$ లను సాధించుము.

20. P యొక్క ఏ ధన విలువలకు క్రింది సమీకరణాల జతకు అనంత సాధనలుంటాయి $px + 3y - (p - 3) = 0$ మరియు $12x + py - p = 0$.

21. 162, 54, 18,..... మరియు $\frac{2}{81}, \frac{2}{27}, \frac{2}{9}$, ... గుణశ్రేఢుల n వ పదాలు సమానం అయిన 'n' విలువను కనుగొనుము.

22. బిందువులు (0, 0), (4, 0) మరియు (4, 3) లతో ఏర్పడు త్రిభుజ వైశాల్యంను హెరాన్ సూత్రం ద్వారా కనుగొనండి.

SECTION - IV

(బహుపదులు, రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము)

సూచనలు : 1) క్రింది వానిలో ఏదో ఒక ప్రశ్నకు సమాధానము వ్రాయండి.

2) ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

23. $y = x^2 + 5x + 6$ రేఖా చిత్రం గీచి శూన్య విలువలు కనుగొనుము.

24. గ్రాఫ్ ద్వారా సాధించండి : $4x - y = 16$, .

PART - B

Time : 30 min **Marks : 15**

సూచనలు : 1) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

2) ప్రతి ప్రశ్నకు 1/2 మార్కు

3) సమాధానములను ప్రశ్నాపత్రములోనే వ్రాయుము.

4) కొట్టేసి వ్రాయబడిన, దిద్దబడిన లేదా చెరిపివేసి వ్రాయబడిన సమాధానములకు మార్కులుఇవ్వబడవు.

5) బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలసమాధానములు వ్రాయుటకు ఆంగ్ల పెద్ద అక్షరములను ఉపయోగించుము.

I. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు.

1. $a = 2^3 \times 3, b = 2 \times 3 \times 5, c = 3^n \times 5$ మరియు a, b, c క.సా.గు. $2^3 \times 3^2 \times 5$ అయిన n = ... ( )

   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

2. క్రింది వాటిలో బహుపది .... ( )

   A) B) C) D) $x^{-7} + x^2 + x + 8$

3. $3x + 2ky = 2$ మరియు $2x + 5y + 1 = 0$ లు సమాంతర రేఖలు అయితే k విలువ .... ( )

   A) B) C) D)

4. పదాంతరం 3గా గల అంకశ్రేఢిలోని అన్ని పదాలకు 2 కలుపగా ఏర్పడు కొత్త శ్రేఢి యొక్క పదాంతరం ....

   A) 5 B) 6 [illegible] D) 2 ( )

5. అయిన ( )

   A) 0 B) 2 C) 4 D) 1

6. x, y - అక్షాల ఖండన బిందువు .... ( )

   A) (2, 0) B) (0, 0) C) (0, 2) D) (3, 4)

7. క్రిందివాటిలో (2, 0) బిందువు నుండి x - అక్షంపై సమాన దూరంలోగల బిందు నిరూపకాలు........ ( )

   A) (–3, 0) B) (7, 0) C) A మరియు B D) (2, 5)

8. AB మరియు BC రేఖాఖండాల వాలులు సమానం అయిన ΔABC వైశాల్యం .... ( )

   A) ధనాత్మకం B) సున్న C) ఋణాత్మకం D) కల్పితం

9. రెండు బిందువులలో x - నిరూపకాలు '0' అయిన ఆ రెండు బిందువులచే ఏర్పడు రేఖా ఖండము వాలు .... ( )

   A) 0 B) 1 C) –1 D) నిర్వచించలేము

10. క్రిందివానిలో ఏ బిందువులు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరచగలవు. ( )

    A) (1,2) (1,3) (1,4) B) (5,1) (6,1) (7,1) C) (0,0) (–1,0) (2,0) D) (1,2) (2,3) (3,4)

II. ఖాళీలను పూరింపుము.

11. $x = p/q$ భిన్నంలో q ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దరూపం $2^n.5^m$ అయితే x ఒక .... దశాంశ భిన్నం.

12. A, B లు వియుక్త సమితులైన $A \cap B =$ ....

13. $y = ax^2 + bx + c$ రేఖాచిత్రాన్ని .... అంటారు.

14. అసంగత సమీకరణాల జతకు .... సాధనలు ఉంటాయి.

15. ....

16. మొదటి n బేసి సంఖ్యల మొత్తము ....

17. ఆదిబిందువు నుండి (x, y) బిందువుకు గల దూరము ....

18. ఒక వృత్తకేంద్రం (−1, 3) దాని వ్యాసం యొక్క ఒక చివరి బిందువు (2, −1) అయిన రెండవ చివరి బిందు నిరూపకాలు ....

19. నిరూపక రేఖాగణితాన్ని కనుగొన్న శాస్త్రవేత్త ....

20. x = 0, y = 0 అను రేఖల ఖండన బిందువు ....

III. జతపరచండి. **$10 \times \frac{1}{2} = 5$**

i. Group - A **Group - B**

21. విలువ [ ] A)

22. సంవర్గమాన రూపం [ ] B)

23. 2 log 3 = ... [ ] C) అంతంకాని ఆవర్తనమయ్యే దశాంశం

[illegible]

24. If $\log_4 8 = x$ then x = ... [ ] D)

25. అనునది .... [ ] E) అంతమయ్యే దశాంశం

F) log 8

G) $\log_{49} 7 =$

H) log 9

ii. Group - A **Group - B**

26. ప్రక్షపటంలో శూన్య విలువల సంఖ్య ..... [ ] A) 0

27. అయిన p(–3) [ ] B) (0, 0)

28. $a^2y^2 + 4axy + 4x^2$ [ ] C) 2

29. (origin) మూలబిందువు [ ] D) 3

30. $x^4 - 16$ కు శూన్య విలువల సంఖ్య [ ] E) $(ay + 2x)^2$

F) 4

G) నిర్వచించలేము